Abschlussarbeit

Spektroskopische Untersuchung einer integrierten topologischen Struktur in atomaren Dampfzellen

Eine Abschlussarbeit für den Bachelor of Science in Physik



Universität Stuttgart

Universität Stuttgart 5. Physikalisches Institut Prüfer: Prof. Dr. Tilman Pfau

von Nicole Kubalik

erstellt am 09.08.2024

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Bachelorarbeit mit dem Titel "Spektroskopische Untersuchung einer integrierten topologischen Struktur in atomaren Dampfzellen" selbstständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt worden ist.

Ich erkläre, dass keine anderen Quellen als die angegebenen, benutzt worden sind, insbesondere sind alle Stellen, die aus fremden Quellen entnommen sind, als diese gekennzeichnet und sind sinngemäß übernommen worden.

Die eingereichte Arbeit wurde weder in gleicher noch in ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt oder existiert bereits.

Ich versichere, dass meine Arbeit in elektronischer Form, der gedruckten Version identisch ist.

Stuttgart, den 09. August
.2024

Nicole Kubalik

N Kubalik

Abstract

This Bachelor thesis deals with the characterization of the edge states of photonic topological resonator structures in a rubidium-filled vapor cell. For this purpose, a suitable experimental setup is created, which allows to couple into the resonator structures with a laser of wavelength 776 nm to generate the edge states and to excite the rubidium atoms around a certain ring resonator with a second 780 nm laser. This causes a shift in the resonance by changing the resonance condition, resulting in a change in the path of the edge states. Experimental observations are corroborated by simulations. In addition, the resonance of a specific resonator lattice is measured.

Zusammenfassung

Diese Bachelorarbeit beschäftigt sich mit der Charakterisierung der Randzustände von photonischen topologischen Resonatorstrukturen in einer mit Rubidium gefüllten Dampfzelle. Hierfür wird ein geeigneter experimenteller Aufbau erstellt, der es ermöglicht mit einem Laser der Wellenlänge 776 nm in die Resonatorstrukturen einzukoppeln, um die Randzustände zu erzeugen und mit einem zweiten 780 nm-Laser die Rubidiumatome um einen bestimmten Ringresonator anzuregen. Dies bewirkt eine Verschiebung der Resonanz durch eine Änderung der Resonanzbedingung, was in einer Änderung des Weges der Randzustände resultiert. Experimentelle Beobachtungen werden durch Simulationen untermauert. Zudem wird die Resonanz eines bestimmten Resonatorgitters vermessen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einl	leitung	1		
2	Theoretische Grundlagen 3				
	2.1	Photonische Strukturen	3		
		2.1.1 Die Totalreflexion	3		
		2.1.2 Der optische Wellenleiter	3		
		2.1.3 Die Ringresonatoren	5		
	2.2	Photonische topologische Strukturen	9		
		2.2.1 Topologie in der Physik	9		
		2.2.2 Topologische Resonatorgitter	10		
	2.3	Atom-Licht-Wechselwirkung	12		
		2.3.1 Zwei-Zustands-Systeme	12		
		2.3.2 Verbreiterungseffekte	13		
	2.4	Rubidium	16		
	2.5	Optische Filter	18		
		2.5.1 Der Bandpass-Filter	18		
3	\mathbf{Exp}	erimenteller Aufbau	20		
	3.1	Experimenteller Aufbau der Referenzzelle	22		
		3.1.1 Grundzustandsübergang von Rubidium	23		
		3.1.2 Zwei-Photonen-Anregung zum $5D_{3/2}$ -Niveau	25		
	3.2	Topologischer Chip in einer mit Rubidium gefüllten Dampfzelle	27		
		3.2.1 Mit Rubidium gefüllte Zelle	27		
		3.2.2 Layout des topologischen Chips	28		
		3.2.3 Halterung des topologischen Chips für die Temperaturvariation	29		
	3.3	Aufbau zur Abbildung der Resonatorgitter	31		
		3.3.1 Auswahl und Auflösungsvermögen der Kamera und des Ob-			
		jektivs	31		
		3.3.2 Filtercharakterisierung	33		
	3.4	Ein- und Auskopplung in die topologischen Resonatorstrukturen	37		
4	Cha	rakterisierung der Resonatorstrukturen	38		
	4.1	Wahl des Einkopplungswellenleiters	38		
	4.2	Unterschiedliche Resonatorgitter im Vergleich	40		
	4.3	Experimentelle Untersuchung der Resonanz	43		
		4.3.1 Resonanzverschiebung durch Änderung der Temperatur	43		
	4.4	Simulation der Resonanz	46		
		4.4.1 Resonanzverschiebung durch Änderung der Wellenlänge	46		
5	Top	ologische Struktur in einer Bubidium-Dampfzelle	49		
0	5.1	Simulative Resonanzverschiebung durch eine Brechungsindevände-	-0		
		rillng	49		
		5.1.1 Verhalten der Resonanz bei einer Wellenlängenänderung	49		
		stri , erhauen der resonanz ser einer menenangenanderung	10		

5.1.2 Untersuchung der Brechungsindexanderung		50
5.2 Vergleich der topologischen Strukturen nach dem Klebevorgang		54
5.3 Untersuchung der mit Rubidium gefüllten Zelle	• •	56
Zusammenfassung und Ausblick		59
Anhang		61
7.1 Befüllprozedur einer Glaszelle mit Rubidiumatomen		61
7.2 Gesamtlayout der Strukturanordnung auf dem topologischen Chip).	62
7.3 Ringresonatorparameter der Struktur H0	•••	63
Danksagung		64
	 5.1.2 Ontersuchung der Drechungsindexanderung	 5.1.2 Ontersteining der Drechangsmeexanderung

1 Einleitung

Die Topologie hat ihren Ursprung im 18. Jahrhundert, als Leonhard Euler eine Lösung des topologischen Königsberger Brückenproblems veröffentlichte, welches ausschlaggebend für die Entstehung der Graphentheorie war [1]. Seitdem wuchs die Rolle der Topologie in der Mathematik, bis sie in der Physik ebenfalls eine große Wichtigkeit erlangte.

Mithilfe der Topologie können Signal- und Lichtübertragungen ermöglicht werden, die immun gegenüber Störungen oder Defekten sind. So kann eine reibungslose Telekommunikation gewährleistet werden [2]. Außerdem können topologische Eigenschaften für die Quantenkommunikation verwendet werden, sodass durch robuste Randzustände quantenmechanische Zustände stabilisiert werden können, was für Quantencomputer von großer Wichtigkeit ist [3].

Mittlerweile ist die Topologie auch in der Photonik angelangt. Mohammad Hafezi et al. gelang es topologische photonische Strukturen aus Ringresonatoren zu entwickeln, welche stabile und robuste topologische Randzustände aufweisen und anhand diesen das Licht durch die Ringresonatoren geleitet wird [4].

Diese Arbeit zielt darauf ab, topologische photonische Strukturen zu untersuchen und die Auswirkung eines auftretenden Defekts auf die Randzustände zu beschreiben. Dieser Defekt wird durch angeregte Rubidiumatome an einer Stelle eines Randzustands einer Struktur hervorgerufen.

Zur Untersuchung der zuvor genannten Punkte werden mit einem Laser der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm die topologischen Randzustände in einer photonischen Struktur erzeugt. Befindet sich die Struktur später in einer atomaren Dampfzelle, kann mit einem anderen Laser, welcher resonant mit einem angeregten Zustand von Rubidium ist ($\lambda_2 = 780$ nm), auf einen bestimmten Ring der Resonatorstruktur gestrahlt werden. Die Atomanregung an dieser Stelle führt, in Wechselwirkung mit dem evaneszenten Feld am Ringresonator, zu einer Änderung des Brechungsindex und somit zu einer Änderung der Resonanzbedingung, was in einer Störung resultiert. Durch diese Störung soll sich der Randzustand ändern und das Licht einen Weg um diesen Defekt herum nehmen.

In Kapitel 2 wird auf die theoretischen Grundlagen, bezüglich der photonischen bzw. der photonisch topologischen Strukturen, der Wechselwirkung der Atome mit elektromagnetischer Strahlung und der Funktionsweise der optischen Filter, eingegangen. Kapitel 3 beschäftigt sich mit dem experimentellen Aufbau zum Abbilden der Randzustände eines topologischen Resonatorgitters. In Kapitel 4 wird eine Resonatorstruktur auf zwei unterschiedliche Arten, durch Variation der Temperatur und der Wellenlänge, charakterisiert. In Kapitel 5 befindet sich der topologische Chip in einer mit Rubidium gefüllten Dampfzelle und wird dort auf seine Randzustände untersucht. Anhand einer Simulation werden Aspekte der Resonanzverschiebung durch Temperatur- und Wellenlängenänderung analysiert.

Insgesamt soll diese Arbeit dazu beitragen, die topologischen Randzustände einer photonischen Struktur in einer atomaren Dampfzelle zu untersuchen und systematisch zu charakterisieren.

2 Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den theoretischen Grundlagen, welche für das Verständnis dieser Bachelorarbeit wesentlich sind. Es wird in Abschnitt 2.1 auf photonische Strukturen und in Abschnitt 2.2 auf photonische topologische Strukturen eingegangen. Abschnitt 2.3 beschäftigt sich mit der Atom-Licht-Wechselwirkung eines Zwei-Level-Systems, in Abschnitt 2.4 wird das Rubidiumatom erläutert und zuletzt wird in Abschnitt 2.5 der Fokus auf die Funktionsweise von optischen Filtern gelegt.

2.1 Photonische Strukturen

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen und Prinzipien von photonischen Strukturen beschrieben. Erläutert werden die Funktionsweise von Wellenleitern [5], welche auf dem Prinzip der Totalreflexion [6] basieren. Zuletzt werden Wellenleiter, die zu Ringresonatoren [7] zusammengesetzt sind, ausgearbeitet.

2.1.1 Die Totalreflexion

Die Totalreflexion ist ein Phänomen, welches heutzutage in vielen wissenschaftlichen, wie auch alltäglichen Bereichen, ausgenutzt wird. Dabei muss Licht von einem optisch dichteren Medium auf ein optisch dünneres Medium in einem bestimmten Winkelbereich treffen. Normalerweise würde ein Lichtstrahl beim Eintreten in ein optisch dünneres Medium vom Lot weggebrochen. Diesen Zusammenhang beschreibt das Snelliussche Brechungsgesetz

$$n_1 \cdot \sin(\alpha_1) = n_2 \cdot \sin(\alpha_2), \tag{2.1}$$

wobei n_1 der Brechungsindex des dichteren, n_2 der des dünneren Mediums und α_1 bzw. α_2 der Einfalls- bzw. der Ausfallswinkel zum Lot sind. Fällt Licht der Wellenlänge λ unter einem Winkel α_1 ein, der im Winkelbereich $\frac{\pi}{2} > \alpha_1 > \theta_c$ liegt, wird das einfallende Licht an der Grenzfläche beider Medien total reflektiert und tritt nicht in das zweite Medium ein. Hierbei ist θ_c der kritische Winkel der Totalreflexion und bestimmt sich durch

$$\theta_{\rm c} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right).$$
(2.2)

Dieses Phänomen wird bei Wellenleitern ausgenutzt, die in Abschnitt 2.1.2 weiter beschrieben werden.

2.1.2 Der optische Wellenleiter

Optische Wellenleiter, welche auch Lichtleiter genannt werden, transportieren Licht durch Ausnutzung der zuvor behandelten Totalreflexion. Das macht sie zu einem essentiellen Bestandteil von photonischen Systemen, denn sie verbinden unterschiedliche optische Bauteile miteinander und übertragen auf diese das einfallende Licht. Ein Wellenleiter besteht aus einem inneren dielektrischen Medium n_2 , dem Kern, welches von einem optisch dünneren äußeren Medium n_1 , dem Mantel, umgeben ist $(n_2 > n_1)$. Eine Lichtwelle in einem Wellenleiter, die an der Grenzfläche Kern-Mantel zwei Mal reflektiert wird, entspricht der einfallenden Welle und muss die Selbstkonsistenz-Bedingung erfüllen. Diese ist nur für Winkel $\theta = \theta_m$ mit m = 1, 2, ... erfüllt, denn in diesem Fall interferieren die Lichtwellen im Wellenleiter konstruktiv. Jedes m gehört zu einem bestimmten Winkel θ_m und das dazugehörige elektrische Feld wird m-te Mode genannt, mit m = 1 als Grundmode.

Die auftretenden Reflexionen bewirken eine Verzögerung der Phase des Lichts in Wellenleiterrichtung, weshalb der effektive Brechungsindex eingeführt wird.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Wellenleiter aus Siliziumnitrid (Si₃N₄) auf einem Substrat aus Siliziumdioxid (SiO₂) verwendet. Die Brechungsindizes der beiden Materialien bei einer Lichtwellenlänge von $\lambda_1 = 776$ nm sind $n_1 = 1,45$ [8] für Siliziumoxid und $n_2 = 2,01$ [9] für Siliziumnitrid. Der Wellenleiter ist links schematisch in Abb. 1 in einem dreidimensionalen Modell dargestellt und rechts die elektrische Feldstärkeverteilung durch eben diesen. Der durch eine COMSOL-Multiphysics-Berechnung resultierende effektive Brechungsindex ist $n_{\rm eff} = 1,739$. Die verwendeten Wellenleiter sind 750 nm breit und 250 nm hoch, sodass nur die Grundmode m = 1 durch sie hindurch propagieren kann.



Abbildung 1: Dargestellt ist in a) ein 3D-Modell eines Wellenleiters mit dem Brechungsindex n_2 auf einem Substrat des Brechungsindex n_1 und in b) eine COMSOL-Simulation der elektrischen Feldmoden des in der Arbeit verwendeten Wellenleiters aus Siliziumnitrid (Si₃N₄) auf Siliziumdioxid (SiO₂). Der mit COMSOL-Multiphysics berechnete effektive Brechungsindex ist $n_{\text{eff}} = 1,739$.

2.1.3 Die Ringresonatoren

Ringresonatoren sind ringförmige Wellenleiter und funktionieren analog zu normalen geraden Wellenleitern aus Abschnitt 2.1.2. Viele der Ringresonatoren sind kreisförmig, die in dieser Arbeit behandelten Ringresonatoren sind länglicher Natur und in Abb. 2 schematisch dargestellt.

Die Ringresonatoren werden durch unterschiedliche Parameter definiert. Die Resonatorlänge L bezeichnet die gesamte Länge des Ringwellenleiters, die Kopplungslänge t ist die Länge des geraden Wellenleiters, der zur Ein- und Auskopplung dient, und r der Radius der vier Rundungen.

In einen Ringresonator wird Licht durch einen Wellenleiter, dem Einkoppler, eingekoppelt. Die beiden Wellenleiter berühren sich nicht und stehen in einem bestimmten Abstand, der Kopplungslücke *g*, zueinander. Das Prinzip der Einkopplung in den Ringresonator verdeutlicht Abb. 1. Dort ist außerhalb des Wellenleiters das evaneszente Feld zu sehen. Dieses evaneszente Feld existiert hier ebenfalls und reicht an den zu einkoppelnden Ringresonator heran, sodass das Licht auf den ringförmigen Wellenleiter übergehen kann. Im Nachfolgenden werden die mathematischen Zusammenhänge erläutert.

Es wird zunächst ein einzelner Einkoppler und ein Ringresonator betrachtet, wie in Abb. 2 zu sehen. Licht $E_{\rm ein}$ wird eingekoppelt und propagiert durch den Einkoppler, bis der Einkopplungsbereich t erreicht wird. Das Licht $E_{\rm ein}$ wird zu einem Anteil κ^* als $E_{\rm e}$ in den Ringresonator eingekoppelt und zu einem Anteil τ transmittiert, sodass es aus dem Wellenleiter als $E_{\rm aus}$ austritt.



Abbildung 2: Schematisch dargestellt ist ein einzelner Ringresonator der Kopplungslänge t und Radius r, in welchen durch einen geraden Einkoppler im Abstand g Licht eingekoppelt wird. τ und κ bezeichnen hierbei jeweils den transmittierten bzw. den einkoppelnden Teil des Lichts E_{ein} .

Nach Umrundung im Ringresonator bleibt ein Teil τ^* des Lichts im Ringwellenleiter, während der Anteil κ wieder in den geraden Einkoppler koppelt und ebenfalls aus dem Wellenleiter als E_{aus} austreten kann. Diesen Zusammenhang beschreibt

$$\begin{pmatrix} E_{\text{aus}} \\ E_{\text{e}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau & \kappa \\ \kappa^* & \tau^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{\text{ein}} \\ E_{\text{a}} \end{pmatrix}.$$
 (2.3)

Die ein- und austretenden elektrischen Feldkomponenten $E_{\rm e}$ und $E_{\rm a}$ im Ringresonator stehen durch

$$E_{\rm a} = \alpha \cdot^{i\theta} \cdot E_{\rm e} \tag{2.4}$$

in Beziehung zueinander. In dieser Gleichung werden die auftretenden Verluste durch α und die sich ändernde Phase bei Umrundung durch θ definiert. Das Licht im Ringresonator muss bei einer Umrundung einen Weg L, der dem Umfang des Rings entspricht, zurücklegen. Aus dieser Betrachtung lässt sich die Resonanzbedingung

$$m \cdot \lambda = L \cdot n_{\text{eff}} \tag{2.5}$$

aufstellen, welche erfüllt sein muss, um Licht aus dem geraden Wellenleiter in den Ringresonator zu koppeln. Lichtwellen interferieren also konstruktiv miteinander wenn die Weglänge L einem ganzzahligen Vielfachen m der Wellenlänge λ entspricht.

Die transmittierte Leistung P_{aus} ergibt sich damit durch

$$P_{\rm aus} = |E_{\rm aus}|^2 = \frac{\alpha^2 + |\tau|^2 - 2\alpha |\tau| \cos(\theta + \varphi_{\tau})}{1 + \alpha^2 |\tau|^2 - 2\alpha |\tau| \cos(\theta + \varphi_{\tau})},$$
(2.6)

wobei φ_{τ} die Phase des Kopplers und $\theta = \frac{2\pi \cdot n_{\text{eff}}}{\lambda}$ mit der Wellenlänge λ ist.

Bisher wurde ein Ringresonator betrachtet, in welchen mit Licht durch einen einzelnen Wellenleiter eingekoppelt wurde. Das Licht, welches sich im Ring befindet kann auf nur auf dem selben Weg, wie es eingekoppelt wurde, wieder auskoppeln. Durch eine Erweiterung der Betrachtung um einen weiteren geraden Einkopplungswellenleiter, wie in Abb. 3, können andere Aspekte analysiert werden. Mithilfe des zweiten Wellenleiters, kann das in den Ring koppelnde Licht in diesen auskoppeln. Diese Lichtanteile werden analog zur obigen Betrachtung mit τ_2 und κ_2 bezeichnet. Damit lässt sich Gleichung (2.6) um diese Kopplungsparameter erweitern. Die im Ring zirkulierende und dann austretende Leistung $P_{aus,2}$ kann damit durch

$$P_{\text{aus},2} = |E_{\text{aus},2}|^2 = \frac{\alpha(1 - |\tau_1|^2)(1 - |\tau_2|^2)}{1 + \alpha^2 |\tau_1|^2 |\tau_2|^2 - 2\alpha |\tau_1| |\tau_2| \cos\left(\theta + \varphi_{\tau}\right)}$$
(2.7)

berechnet werden. Im Resonanzfall $(\theta + \varphi_{\tau}) = 2\pi m$, wo *m* eine ganze Zahl ist, vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$P_{\text{aus},2} = |E_{\text{aus},2}|^2 = \frac{\alpha(1 - |\tau_1|^2)(1 - |\tau_2|^2)}{(1 - \alpha \cdot |\tau_1 \cdot \tau_2|)^2}.$$
(2.8)



Abbildung 3: Schematisch dargestellt ist ein Ringresonator mit zwei geraden Wellenleitern, den Einkopplern.

Bei einem perfekten Ringresonator ohne Verluste ($\alpha = 0$) und $\tau_1 = \tau_2$, gilt bei Resonanz $E_{\text{aus},1} = 0$, denn das gesamte Licht koppelt aufgrund der erfüllten Resonanzbedingung in den Ring und kein Anteil τ_1 wird transmittiert.

Es gibt dabei noch einen Spezialfall. Gilt $\alpha = |\tau|$, wobei $\tau = \tau_1 = \tau_2$ ist, so sind die inneren Verluste gleich den Verlusten, die bei der Einkopplung in den Ringresonator entstehen. Das Resultat ist eine verschwindende transmittierte Leistung $P_{\text{aus},2}$. Dieses Phänomen nennt sich das kritische Koppeln. Hier tritt eine destruktive Interferenz von Wellenmoden auf.

Ein Ringresonator zeigt ein charakteristisches Transmissionsspektrum bei Messung der Transmission $E_{\text{aus},1}$, welches in Abb. 4 dargestellt ist. Die Dips zeigen die Resonanzfrequenzen, wobei der Abstand zweier Dips zueinander als freie spektrale Breite, kurz FSR, bezeichnet wird.

Die Güte Q eines Resonators ist ein Maß für die dort auftretenden Verluste und ist bei einem guten, verlustfreien Resonator hoch. Sie berechnet sich durch

$$Q = \frac{\nu_{\rm R}}{\Delta \nu},\tag{2.9}$$

wobei $\nu_{\rm R}$ die Resonanzfrequenz und $\Delta \nu$ die Halbwertsbreite des Resonanzdips ist.



Abbildung 4: Dargestellt ist die normierte Transmission $E_{\text{aus},1}$ aus Abb. 3 am Direkt-koppler in Abhängigkeit der Frequenz ν .

2.2 Photonische topologische Strukturen

Im Zuge dieses Abschnitts werden die photonischen topologischen Strukturen erläutert. Es wird auf die allgemeine Definition der Topologie [10] eingegangen, welche wesentlich für das Verständnis von dem topologischen Resonatorgitter [4] ist.

2.2.1 Topologie in der Physik

Die Topologie ist ein breiter Bereich in der Mathematik, der sich mit der kontinuierlichen Deformation von Körpern beschäftigt [10]. Ein Körper, der durch eine Deformation in einen anderen Körper überführt werden kann, wird als topologisches Äquivalent bezeichnet. Körper, die nicht topologisch äquivalent sind, werden topologisch invariant genannt. Haben zwei Körper dieselbe topologische Invarianz, sind diese topologisch äquivalent und in ein und derselben topologischen Phase. Eine Änderung der topologischen Invarianz wird als topologischer Phasenübergang bezeichnet.

In der Topologie wird die Chern-Zahl als wichtiges Werkzeug zur Beschreibung von materiellen Systemen verwendet. Die Topologie wird hier auf die Dispersionsbänder im reziproken Wellenvektorraum bezogen. Näheres zu Festkörpern findet sich in [11]. Die Chern-Zahl ist die topologische Invariante des 2D-Dispersionsbandes und ist definiert als

$$C = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} F(\mathbf{k}) \, d^2k, \qquad (2.10)$$

wobei $F(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathbf{A}(\mathbf{k})$ die Berry-Krümmung mit $\mathbf{A}(\mathbf{k}) = i \langle u(\mathbf{k}) | \nabla_{\mathbf{k}} | u(\mathbf{k}) \rangle$ der Berry-Verbindung ist. Sie berechnet sich über den gesamten Bereich der Brillouin-Zone (BZ). $|u(\mathbf{k})\rangle$ ist der Anteil der periodischen Bloch-Wellenfunktion. Die Chern-Zahl gibt das gesamte Verhalten der Wellenfunktionen in einem Band wieder.

Die Chern-Zahl C kann unterschiedliche Werte besitzen, ist aber immer eine ganze Zahl. Bei C = 0 liegt ein trivialer Zustand vor, welcher keine außergewöhnlichen topologischen Eigenschaften besitzt. So ein Zustand ist bei einer Zusammenführung zweier Wellenleitermantelmaterialien mit gleichen topologischen Invarianten zu finden. Ihre Energiebänder haben dieselbe Chern-Zahl und können eine Verbindung eingehen, ohne die Bandlücke schließen zu müssen. Ein Wellenleiter, dessen Ummantelung aus demselben Material besteht, verhindert keine Rückstreuung und kann mehrere Moden führen.

Robuste Randzustände, also Lichtmoden, die sich entlang einer Kante oder Oberfläche eines topologischen Materials ausbreiten, sind bei einem nicht-trivialen Zustand für $C = \pm 1$ zu finden. Höhere Chern-Zahlen entsprechen mehreren, hochkomplexen Randzuständen, welche spezielle topologische Eigenschaften hervorrufen. Dies ist zum Beispiel bei einem Wellenleiter mit einer Ummantelung unterschiedlicher Materialien, somit unterschiedlicher Chern-Zahlen, zu finden. Die Topologie verhindert eine direkte Verbindung, sodass ein topologischer Phasenübergang an der Verbindungstelle resultiert. Die Energiebänder sind dazu gezwungen sich zu schließen, um die Chern-Zahl auf eine gemeinsame Basis zu neutralisieren. Es entstehen topologisch-geschützte lückenlose Wellenleiter [10], in denen eine Transmission um Defekte ohne Rückstreuungen möglich sind.

Nicht-triviale Zustände, also Chern-Zahlen in einem Wert von $C \neq 0$, können aufgrund ihrer robusten Randzustände, nicht von Störungen oder Defekten beeinflusst werden. Diese Eigenschaft ist vorteilhaft für Anwendungen, die einer stabilen photonischen Leitung bedarf.

2.2.2 Topologische Resonatorgitter

Ein topologisches Resonatorgitter besteht aus den in Abschnitt 2.1.3 eingeführten Ringresonatoren. Diese werden zu einem Gitter wie in Abb. 5 angeordnet.

Licht in einem solchen topologischen Resonatorgitter zeigt ein Verhalten ähnlich zu einem 2D-Elektronengas in einem externen Magnetfeld. Die Elektronen unterliegen den Gesetzen des quantenmechanischen Hall-Effekts [10], welcher auch auf Photonen in topologischen Resonatorstrukturen angewendet werden kann. Unterschiedliche Chern-Zahlen des 2D-Elektronengases resultieren in den zuvor in Abschnitt 2.2.1 genannten stabilen Randzuständen.



Abbildung 5: Dargestellt ist ein Ausschnitt eines Resonatorgitters, welches aus Ringresonatoren aus Abschnitt 2.1.3 aufgebaut ist. In rot ist der Weg des Lichts im Resonatorgitter gekennzeichnet. Die Hauptresonatoren sind mit Zahlen bezeichnet. ϵ_{ij} definiert die Verschiebung des Verbindungsresonators aus der Mittelpunktsebene der Hauptresonatoren, was in einer Phase Φ in Gleichung (2.11) resultiert.

In einem Resonatorgitter gibt es zwei Arten von Ringresonatoren. Man unterscheidet zwischen Haupt- und Verbindungsresonatoren. Die Hauptresonatoren sind in Abb. 5 mit Zahlen gekennzeichnet, während die Verbindungsresonatoren weiß sind. Sie haben untereinander denselben Umfang L, wobei der der Verbindungsresonatoren um ξ größer ist. So liegen beide Resonatoren auf unterschiedlichen Resonanzfrequenzen. Der Weg des Lichts mit seinem jeweiligen Drehsinn im Haupt- und Verbindungsresonator, bleibt nach dem Einkoppeln in die Resonatorstruktur dieselbe und ist mit rot dargestellt. Die Verbindungsresonatoren sind mit jeder Zeile um einen zusätzlichen Wert ϵ_{ij} aus der Mittelpunktsebene der Ringresonatoren ij verschoben. Das resultiert in einer zusätzlichen Phase

$$\Phi = \frac{4\pi n\epsilon_{ij}}{\lambda},\tag{2.11}$$

wobei n der Brechungsindex des Mediums und λ die Wellenlänge des durch das Medium propagierenden Lichts ist.

2.3 Atom-Licht-Wechselwirkung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Wechselwirkung zwischen elektromagnetischer Strahlung und Atomen, welche essentiell für das Verständnis der späteren Kapitel dieser Arbeit sind.

Zunächst wird das Prinzip des Zwei-Level-Systems [12] eingeführt und Verbreiterungseffekte von atomaren Linien [13] beschrieben, die in den späteren Messungen beobachtet werden. Zuletzt wird das in der Arbeit verwendete Element Rubidium eingeführt und seine Eigenschaften und thermischen Beziehungen [14] ausgearbeitet.

2.3.1 Zwei-Zustands-Systeme

Zur Beschreibung der Atom-Licht-Wechselwirkung wird das Modell der Zwei-Zustands-Systeme benötigt. Dieses besteht, wie der Name schon sagt, aus zwei Energielevel eines Atoms, hierbei sei $|1\rangle$ der Grundzustand und $|2\rangle$ der angeregte Zustand. Das schematische Energielevelschema ist in Abb. 6 dargestellt. Die Frequenz, welche nötig ist, um vom Grundzustand $|1\rangle$ in den angeregten Zustand $|2\rangle$ überzugehen, ist gegeben durch

 $\omega_0 = \omega_2 - \omega_1$. Durch Strahlung der Energie $\hbar \omega$ kommt es zu einer Verstimmung Δ , welche gegeben ist als $\Delta = \omega - \omega_0$.



Abbildung 6: Dargestellt ist schematisch das Prinzip des Zwei-Level-Atoms.

Der angeregte Zustand hat eine endliche Lebensdauer τ und zerfällt nach dieser mit der Zerfallsrate Γ in den Grundzustand.

Die Wechselwirkung des Atoms mit dem Strahlungsfeld wird durch den Wechselwirkungsoperator

$$\hat{H}_{\rm WW} = -E \cdot \hat{d} \tag{2.12}$$

definiert. d ist der Dipoloperator des Atoms und E der Feldoperator der Strahlung. Insgesamt ergibt sich

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\rm WW} \tag{2.13}$$

als Hamiltonfunktion des Systems, wobei \hat{H}_0 der ungestörte Hamilton des Atoms ist. Diese Betrachtung wird auch als semiklassisches Modell bezeichnet, da es das Atom quantenmechanisch und das Strahlungsfeld klassisch behandelt. Das elektrische Lichtfeld kann durch eine Dipolapproximation zu

$$E(t) \approx E_0 \cdot \cos(\omega t) \tag{2.14}$$

vereinfacht werden. Mithilfe der Born-Oppenheim-Näherung ergibt sich zusammen mit den Paritätsregeln der Matrixelemente

$$\langle 1|\,\hat{d}\,|1\rangle = 0,\tag{2.15}$$

$$\langle 2|\,\hat{d}\,|2\rangle = 0 \tag{2.16}$$

und

$$\langle 1|\hat{d}|2\rangle = \hat{d}_{1/2},$$
 (2.17)

$$\langle 2|\hat{d}|1\rangle^* = \hat{d}_{1/2}$$
 (2.18)

der Ausdruck

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 \left|1\right\rangle \left\langle1\right| - \frac{\hbar\Omega}{2} \cdot \left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right) \left|1\right\rangle \left\langle2\right| - \frac{\hbar\Omega^*}{2} \cdot \left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right) \left|2\right\rangle \left\langle1\right| \quad (2.19)$$

für die Hamiltonfunktion des vorliegenden Systems. Hier ist

$$\Omega = \frac{E_0 \cdot \hat{d}_{1/2}}{\hbar} \tag{2.20}$$

die Rabi-Frequenz. Die Lösung dieses Problems durch die Drehwellennäherung ist mit den daraus resultierenden Bloch-Gleichungen in [12] zu finden.

2.3.2 Verbreiterungseffekte

Wird ein Übergang eines Elektrons von einem Energieniveau in ein anderes beobachtet, so fällt auf, dass die emittierte Strahlung nicht einer Wellenlänge angehört, also monochromatischer Natur ist, sondern eine Verteilung um die Grundwellenlänge λ_0 auftritt. Diese Verbreiterung einer Spektrallinie hat unterschiedliche Ursachen. Im Rahmen dieser Arbeit sind zwei Verbreiterungseffekte [13] beobachtbar, welche im Nachfolgenden beschrieben werden.

Natürliche Linienverbreiterung

Die natürliche Linienverbreiterung hat ihren Ursprung in der endlichen Lebensdauer τ eines angeregten Energiezustands. Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation

$$\Delta \tau \cdot \Delta E = \frac{\hbar}{2} \tag{2.21}$$

und der damit verbundenen Unschärfe, ergibt sich eine Verbreiterung der Linie. Das Intensitätsprofil der natürlichen Linienbreite

$$I(\omega) = I_0 \cdot \frac{\frac{\Gamma}{2\pi}}{(\omega - \omega_0)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2}$$
(2.22)

hat ein Lorentzprofil. Die Halbwertsbreite ist hierbei als $\delta \omega = \frac{\Gamma}{2\pi}$ definiert.

Dopplerverbreiterung

Die Dopplerverbreiterung ist ein weiterer Verbreiterungseffekt, der durch den auftretenden Doppler-Effekt in Erscheinung tritt. Atome führen eine thermische Bewegung mit der mittleren Geschwindigkeit v aus, die durch die Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_{\rm B}T}\right)^{3/2} \cdot 4\pi v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_{\rm B}T}}$$
(2.23)

gegeben ist. Mit steigender Temperatur T, steigt die Geschwindigkeit v der sich bewegenden Atome, was in Abb. 7 veranschaulicht wird. Aus Sicht eines Beobachters bewegen sich die Atome nach dieser Geschwindigkeitsverteilung. Aus der zusätzlichen thermischen Bewegung ergibt sich eine geschwindigkeitsabhängige Dopplerverschiebung, welche in einer Verbreiterung der Verteilung sichtbar wird. Bei der Dopplerverbreiterung spielt die Richtung des elektrischen Lichtfeldes relativ zu den sich bewegenden Rubidiumatomen eine Rolle. Mithilfe von zwei gegenläufigen Lasern kann eine Dopplerverbreiterung aufgehoben werden.



Abbildung 7: Dargestellt ist die Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung eines Rubidiumatoms für unterschiedliche Temperaturen T in °C. Je höher die Temperatur, desto breiter und flacher wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung eines Rubidiumatoms.

Es ergibt sich ein gaußförmiges Intensitätsprofil, welches gegeben ist durch

$$I(\omega) = I_0 \cdot e^{\left(\frac{c \cdot (\omega - \omega_0)}{\omega_0 \cdot v}\right)^2},$$
(2.24)

wobei I_0 die Intensität bei ω_0 und damit die maximale Intensität ist. Die Dopplerbreite ist definiert als die Halbwertsbreite der Verteilung und ist gegeben durch

$$\delta\omega = \frac{\omega_0}{c} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot \ln\left(2\right) \cdot k_{\rm B}T}{m}},\tag{2.25}$$

wobe
i $k_{\rm B}$ die Boltzmann-Konstante, T die Temperatur und
 m die Masse des betrachteten Teilchens ist.

Eine detailliertere Beschreibung beider Verbreiterungseffekte und noch weitere findet sich in [13].

2.4 Rubidium

Als Alkalimetal bietet Rubidium sehr viele Vorteile, weswegen es in der Forschung sehr oft zum Einsatz kommt. Rubidium besitzt nur ein einzelnes Valenzelektron, sodass eine einfache Anregung des Atoms möglich ist, ohne die Wirkung weiterer Valenzelektronen zu sehen. In der Natur kommt Rubidium in zwei Isotopen vor, zu 72,172 % aus ⁸⁵Rb und zu 27,832 % aus ⁸⁷Rb [14]. Aufgrund der niedrigen Schmelztemperatur von 39,30 °C [14] beider Isotope, sind keine hohen Temperaturen nötig, um den Aggregatzustand von Rubdium zu ändern, was ein weiterer praktischer Vorteil ist.

Im Folgenden wird ein System, bestehend aus einer geschlossenes Glaszelle, in welcher sich Rubidiumatome befinden, betrachtet und der Zusammenhang der Atomdichte durch Erwärmung ausgearbeitet. Der Zellendruck $P_{\rm V}$ in Abhängigkeit der Temperatur T in Kelvin ist durch

$$\log_{10}(P_{\rm V}) = 2,881 + 4,312 - \frac{4040}{T} \tag{2.26}$$

in Torr für das Isotop ⁸⁵Rb in flüssigen Zustand [14] definiert. Die Atomdichte in einem bestimmten Volumen V lässt sich mithilfe des idealen Gasgesetzes

$$P_{\rm V} \cdot V = N_0 \cdot k_{\rm B} \cdot T \tag{2.27}$$

berechnen, wobei die Teilchendichte N durch $N = \frac{N_0}{V}$, der absoluten Teilchenzahl N_0 in einem Volumen V, gegeben ist. Der Verlauf der Atomdichte von Rubidium in Abhängigkeit der Temperatur in °C ist in Abb. 8 zu erkennen. Die Atomdichte von Rubidium in einer Dampfzelle kann somit in Abhängigkeit der Temperatur verändert und bestimmt werden.



Abbildung 8: Dargestellt ist der Zusammenhang der Atom
dichte ρ von Rubidium in Abhängigkeit der Temperatur
 T in °C in einem halblogarithmischen Diagramm. Der Verlauf ist gegeben durch Gleichung (2.26).

2.5 Optische Filter

Optische Filter können einfallende Strahlung in Abhängigkeit unterschiedlicher Parameter filtern. Polarisationsfilter lassen nur Strahlung mit der gewünschten Polarisation hindurch, während zum Beispiel Interferenzfilter Licht unterschiedlicher Wellenlängen absorbieren und nur bestimmte Wellenlängenbereiche transmittieren. Im Folgenden wird ein Bandpass-Filter [15], welcher zu den Interferenzfiltern gehört, erläutert.

2.5.1 Der Bandpass-Filter

Ein optischer Bandpass-Filter besteht aus unterschiedlichen Schichten, die eine bestimmte Lichtdurchlässigkeit besitzen und aufgrund von auftretenden Interferenzen Wellenlängenbereiche auslöschen und somit filtern können. Abb. 9 zeigt einen schematischen Querschnitt eines solchen Bandpass-Filters.

Zunächst wird eine plane dielektrische Schicht mit dem Brechungsindex n und der Dicke d betrachtet. Fällt Licht unter dem Winkel θ_1 auf diese Schicht, so ist die Transmission maximal für ein ganzahliges Vielfaches m einer Wellenlänge λ_0 , falls die Bedingung

$$m \cdot \lambda_0 = 2d \cdot \cos\left(\theta_2\right) \tag{2.28}$$

erfüllt ist. θ_2 ist dabei der Brechungswinkel an der Schichtoberfläche.



Abbildung 9: Dargestellt ist der Aufbau eines optischen Bandpass-Filters, welcher auch unter dem Namen Fabry-Pérot-Etalon bekannt ist. Dieser besteht aus zwei Mehrschichtsystemen, die in einem festen Abstand *a* zueinander stehen. Die Mehrschichtsysteme bestehen aus niedrig- (lila) und hochbrechenden (blau) Schichten.

Ist die Schichtdicke d sehr klein, so ist die Breite des Transmissionsmaximums sehr breit. Um diese Breite zu verkleinern, werden auf die dielektrische Schicht mehrere dünne Schichten unterschiedlicher Brechungsindizes n aufgetragen. Dabei wechseln sich oftmals hohe und niedrige Brechungsindizes ab und ergeben periodische Mehrschichtsysteme [16], wie sie in Abb. 9 zu sehen sind. Diese werden oftmals auch als Distributed Bragg Reflektor, kurz DBR, bezeichnet. An jeder dieser Schichtgrenzflächen kommt es zu Reflexion und zu Brechung. Der einfallende Strahl wird in sehr viele Teilstrahlen zerlegt, die miteinander konstruktiv oder destruktiv interferieren können. Die optische Dicke dieser Schichten ist oft das Viertel der verwendeten Wellenlänge λ des Lichts, sodass eine konstruktive Interferenz der reflektierten Lichtwellen stattfindet. Solche Schichten werden auch $\frac{\lambda}{4}$ -Schichten genannt. Werden zwei solcher Mehrschichtsysteme in einem festen Abstand a zueinander verwendet, so ist das Resultat ein Bandpass-Filter oder auch Fabry-Pérot-Etalon. Der Abstand der beiden DBR hat dabei die Funktion einer Kavität, deren Dicke ausschlaggebend ist, welche Wellenlängen gefiltert werden, beziehungsweise welche Wellenlänge transmittiert wird. In Bandpass-Filtern ist der Abstand a fest. Wäre dieser variabel, so würde ein Fabry-Pérot-Interferometer vorliegen.

Durch Verändern des Einfallswinkels θ_1 des Lichtstrahls auf die Filteroberfläche, kann der Transmissionsbereich eines Interferenzfilters verschoben werden. Fällt das Licht in diesem Fall nicht mehr senkrecht auf den Filter, sondern unter dem Winkel θ_1 , so verschiebt sich das Maximum der transmittierte Wellenlänge von der ursprünglichen Wellenlänge λ_0 zu λ_1 nach

$$\lambda_1 = \lambda_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_1)}{n^2}}.$$
(2.29)

Für kleine Neigungswinkel des Filters lässt sich Gleichung (2.29) zu

$$\lambda_0 - \lambda_1 = \frac{\lambda_0 \cdot \sin^2(\theta_1)}{2n^2} \tag{2.30}$$

vereinfachen.

3 Experimenteller Aufbau

Die Untersuchung der topologischen Strukturen eines Chips erfordert, aufgrund der Verwendung zweier Laser unterschiedlicher Wellenlängen, einen bestimmten experimentellen Aufbau. Das Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm wird zur Erzeugung der in Abschnitt 2.2 eingeführten Randzustände in einem Resonatorgitter verwendet, während der Laser mit $\lambda_2 = 780$ nm zur Anregung der Rubidiumatome in der Dampfzelle benötigt wird. Dieser experimentelle Aufbau ist in Abb. 10 schematisch dargestellt.



Abbildung 10: Dargestellt ist eine Skizze des experimentellen Aufbaus, der zur Untersuchung der topologischen Strukturen verwendet wird. Die verwendeten Komponenten sind in der Legende beschrieben. Das Laserlicht der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm wird zur Erzeugung der topologischen Randzustände im Resonatorgitter verwendet. Das Streulicht in der Struktur wird mit einer Kamera von oben aufgezeichnet. Ein zweiter Laser der Wellenlänge $\lambda_2 = 780$ nm dient zur Anregung der Rubidiumatome an einem Resonatorring. Das Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 776 \text{ nm}$ wird zunächst durch zwei Zylinderlinsen der Brennweiten $f_1 = 50 \text{ mm}$ und $f_2 = 75 \text{ mm}$ geleitet. Dadurch wird der ausgesendete Laserstrahl geformt, sodass er eine symmetrische Gaußform besitzt.

An einem polarisationsabhängigen Strahlteilerwürfel (PBS) wird der Strahl in zwei Richtungen aufgeteilt. Mithilfe eines $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchens in Kombination mit dem zuvor genannten Strahlteilerwürfel kann je nach eingestellten Winkel am $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen die Intensität der aufgeteilten Strahlen reguliert werden. Während der reflektierte Strahl in eine Rubidiumglaszelle und ein Fabry-Pérot-Interferometer für spätere Referenzzwecke in Abschnitt 3.1 geleitet wird, wird der transmittierte Strahl für das Einkoppeln in die topologischen Strukturen verwendet.

Über zwei Spiegel wird der Laserstrahl in eine Einmodenfaser mit linsenförmiger Spitze eingekoppelt, welche auf einem Verschiebetisch befestigt ist, was in Abschnitt 3.4 näher erläutert wird. In einer Einmodenfaser ist, wie der Name schon sagt, nur eine Lasermode, die Grundmode, vorhanden. So werden Dispersionseffekte vermieden, was zu einer höheren Bandbreite, geringeren Verlusten über sehr große Entfernungen und einem reinen Signal führt. Der Verschiebetisch ist in die drei Raumrichtungen x, y und z verstellbar.

Mit einer Multimodenfaser mit flach geschnittenem Ende, welche ebenfalls auf einem solchen Verschiebetisch montiert ist, wird das transmittierte Licht bei Austritt aus den Strukturen eingefangen und mithilfe einer Photodiode gemessen. Das Streulicht in den Strukturen wird mithilfe einer Kamera aufgenommen. Zum Beleuchten der Resonatorgitter des topologischen Chips wird ein monochromatischer LED-Ring an der Kamera befestigt und dient zur Beleuchtung und besseren Lokalisierung der Strukturen.

Ein zweiter Laser der Wellenlänge $\lambda_2 = 780$ nm wird mit einer Linse der Brennweite $f_3 = 150$ mm von oben am Filter vorbei auf den topologischen Chip fokussiert. Der Fokusdurchmesser beträgt unter schrägen Einfall $250 \,\mu$ m, ungefähr der Größe eines Ringresonators der Struktur H4, damit der Laser nur die Rubidiumatome an einem Ringresonator anregt.

Vor der Kamera ist ein Filter befestigt, der das gestreute Laserlicht in der topologischen Struktur der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm zur Kamera hindurchlässt und das 780 nm-Licht herausfiltert. Eine Filtercharakterisierung wird in Abschnitt 3.3.2 vorgenommen.

3.1 Experimenteller Aufbau der Referenzzelle

Die Rubidiumgaszelle wird in dieser Arbeit für Referenzzwecke benötigt. Einerseits kann dadurch sichergestellt werden, dass die verwendeten Laser der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm und $\lambda_2 = 780$ nm exakt auf die Resonanzfrequenzen der Rubidiumatome abgestimmt sind. Andererseits dient die Rubidiumgaszelle als Referenz für die Verstimmung, also der Abweichung des Lasers von der Resonanzfrequenz eines atomaren Übergangs von Rubidium, sodass bei einer zu großen Abweichung die experimentellen Bedingungen gegebenfalls angepasst werden können.

Zunächst wird das Spektrum des Grundzustands von Rubidium betrachtet. In den nachfolgenden Abschnitten werden unterschiedliche Energieniveaus der Aufspaltungen von Rubidium thematisiert. Einen Überblick darüber gibt das Termschema des Rubidium-Isoptops⁸⁵Rb, welches in Abb. 11 zu erkennen ist. Die beiden Pfeile zeigen die Anregung auf die jeweiligen Niveaus mit den entsprechenden Übergangswellenlängen.



Abbildung 11: Dargestellt ist das Energieniveauschema des Rubidiumisotops ⁸⁵Rb [17]. Mit einem Laser der Wellenlänge $\lambda_2 = 780$ nm wird das Rubidiumatom von $5S_{1/2}$ F=3 auf das $5P_{3/2}$ F'=4 - Niveau angeregt. Der Laser wird auf das angeregte Niveau stabilisiert und von dort auf das $5D_{3/2}$ F''=3 und F''=4 - Niveau mit der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm angeregt.

3.1.1 Grundzustandsübergang von Rubidium

Zur Aufnahme eines Transmissionsspektrums von Rubidium mithilfe der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie [18], wird eine Rubidiumgaszelle verwendet. Mit einem Laser der Wellenlänge $\lambda_2 = 780$ nm, welcher resonant mit dem Übergang 5S_{1/2} zu 5P_{3/2} ist, wird durch die Rubidiumgaszelle gestrahlt. Mithilfe eines Strahlteilerwürfels wird das Laserlicht in einen zweiten Strahl aufgeteilt, welcher gegenläufig in die Referenzzelle strahlt. Abb. 12 zeigt das resultierende Transmissionsspektrum des Grundzustands von Rubidium. Zu erkennen sind zwei Übergänge für je zwei der Rubidium-Isotope ⁸⁷Rb und ⁸⁵Rb.



Abbildung 12: Dargestellt ist das Spektrum des Grundzustands von Rubidium. Die normierte transmittierte Intensität ist über die Frequenz ν in GHz aufgetragen. In rot ist der Punkt der Frequenzstabilisierung gezeigt, der im weiteren Vorgehen verwendet wird.

Eine Vergrößerung des $5S_{1/2}$ F=3-Niveaus von ⁸⁵Rb in Abb. 13 zeigt zusätzliche Hyperfeinstruktur-Linien und dazwischen liegende, sogenannte Crossover-Linien. Mehr dazu findet sich in [19],[18]. Die Frequenzstabilisierung des 780 nm-Lasers erfolgt auf das $5P_{3/2}$ F'=4-Niveau für eine Zwei-Photonen-Anregung in Abschnitt 3.1.2.



Abbildung 13: Dargestellt ist eine Feinstrukturlinie von $^{85}\mathrm{Rb}$. Die normierte transmittierte Intensität ist über die Frequenz ν in GHz aufgetragen. Zu sehen sind neben den Hyperfeinstrukturlinien sogenannte Crossover-Linien. Der rote Punkt ist der Ort der Frequenzverriegelung des 780 nm-Lasers.

3.1.2 Zwei-Photonen-Anregung zum 5D_{3/2}-Niveau

Dieser Abschnitt gibt Auskunft über den experimentellen Aufbau, welcher als Referenz für den Zwei-Photonen-Übergang zum $5D_{3/2}$ -Niveau benötigt wird. Der 780 nm-Laser wird auf das $5P_{3/2}$ -Niveau mithilfe des DAVLL-Aufbaus, auch "Dichroitische Atome-Dampf-Laser-Arretierung" (englisch: "Dichroic Atomic Vapor Laser Lock") genannt [20], stabilisiert. Der experimentelle Aufbau der Zwei-Photonen-Anregung ist in Abb. 14 schematisch dargestellt.

Mit einem Laser der Wellenlänge $\lambda_2 = 780 \,\mathrm{nm}$ wird in die Rubidiumgaszelle eingestrahlt, was eine Anregung der Rubidiumatome auf das Zwischenniveau $5P_{3/2}$ mit sich führt. Der Laser der Wellenlänge $\lambda_1 = 776 \,\mathrm{nm}$ wird gegenläufig mithilfe von polarisationsabhängigen Strahlteilerwürfeln in Kombination mit $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen mit dem 780 nm-Laser überlagert. Dies regt die Atome weiter in das $5D_{3/2}$ -Energieniveau an.



Abbildung 14: Dargestellt ist der schematische Aufbau zur Anregung der Atome in der Rubidiumzelle. Es findet eine Anregung auf das $5P_{3/2}$ -Niveau mithilfe eines Lasers der Wellenlänge $\lambda_2 = 780 \text{ nm}$ statt, von wo durch einen zweiten Laser der Wellenlänge $\lambda_1 = 776 \text{ nm}$ auf das $5D_{3/2}$ -Energieniveau angeregt wird.

Das Transmissions-, beziehungsweise Absorptionsspektrum ist in Abb. 15 zu erkennen. Aufgrund der entgegengesetzten Strahlrichtungen beider Laser wird die Dopplerverbreiterung nahezu aufgehoben [20]. Die Anregung der Rubidiumatome ist in Abb. 11 schematisch dargestellt.



Abbildung 15: Dargestellt sind die Feinstrukturlinien von Rubidium in der Transmissionsund Absorptionsspektroskopie. Diese gehören dem $5D_{3/2}$ -Zustand an und sind die Niveaus F'' = 3 und F'' = 4.
3.2 Topologischer Chip in einer mit Rubidium gefüllten Dampfzelle

In den folgenden Abschnitten ist eine Beschreibung der integrierten Zelle in Abschnitt 3.2.1 und das Struktur-Layout des topologischen Chips in Abschnitt 3.2.2 zu finden. Die integrierte Zelle wird auf einer konstruierten Halterung befestigt, näheres dazu in Abschnitt 3.2.3.

3.2.1 Mit Rubidium gefüllte Zelle

In Abb. 16 ist ein Bild des untersuchten Chips in einer Dampfzelle, zu sehen. Auf den topologischen Chip wird eine Glaszelle der Dicke d = 5 mm geklebt, die eine 200 μ m dicke Tasche besitzt. Es wird eine dünne Zelle verwendet, sodass so wenig wie möglich des 780 nm-Lasers absorbiert wird, wenn dieser von oben auf den Chip eingestrahlt wird.

Als Kleber wird EPO-TEK 377 verwendet. Dies ist ein optischer Epoxidharzstoff, der in der Optik viel an Verwendung findet. Seine Vorteile sind eine hohe Hitzebeständigkeit, gute Haftung und seine niedrige Viskosität, was das Auftragen auf die optischen Komponenten erleichtert [21]. Dieser Kleber wird mit einem Wattestäbchen auf die Ränder der Glaszelle verteilt. Nachdem die Glaszelle auf den Chip gelegt und mit einem Gewicht beschwert wird, muss der Kleber bei einer Temperatur von T = 150 °C eine Stunde lang aushärten.

Die Glaszelle ist mit dem Rubidiumreservoir verbunden, in welchem sich ein Tropfen Rubidium befindet. Der Befüllvorgang mit Rubidium ist in Abschnitt 7.1 geschildert.

Der Chip mit der geklebten Glaszelle wird in einer Reservoirheizung gehalten und beheizt. Diese besteht aus einem Kupferrohr mit umwickelten Heizdraht und Temperaturfühler zur Regulierung und Kontrolle der Temperatur. Durch eine Erwärmung des Reservoirs kann die Rubidiumatomdichte in der Glaszelle reguliert werden. Der Zusammenhang zwischen Temperatur und der Atomdichte ist in Abb. 8 in Abschnitt 2.4 erläutert.

Der Chip wird auf die in Abschnitt 3.2.3 beschriebene Chip-Halterung gelegt und zusammen mit dem Reservoir auf einen Verschiebetisch befestigt. Die Halterung wiederum kann auch beheizt werden, was dazu dient, die Resonanzen der Resonatorstrukturen des topologischen Chips zu verschieben. Näheres dazu wird in Abschnitt 4.3 erläutert. Außerdem wird die Chip-Halterung immer auf einer höheren Temperatur als das Rubidiumreservoir gehalten, damit das Rubidium nicht auf den Wellenleitern des Chips kondensiert.



Abbildung 16: Dargestellt ist ein Bild des untersuchten topologischen Chips (1) in einer Dampfglaszelle (2). Das Glasröhrchen, in welchem sich festes Rubidium (3) befindet, ist mit der Glaszelle auf dem Chip verbunden, sodass durch Erhitzen des Reservoirs (4) die Rubidiumatomdichte im Chip reguliert werden kann. Das Reservoir wird durch die Heizelektroden (6) erwärmt und mithilfe eines Temperaturfühlers (5) kontrolliert.

3.2.2 Layout des topologischen Chips

Auf dem verwendeten topologischen Chip befinden sich insgesamt 48 unterschiedliche Resonatorgitter, die aus einzelnen Ringresonatoren aufgebaut sind. Ein Gesamtlayout der unterschiedlichen Strukturen befindet sich im Anhang unter Abschnitt 7.2 und das Layout eines solchen 7x7 Resonatorgitters ist in Abb. 17 dargestellt.

Die Resonatorgitter sind innerhalb einer Vertikalen mit Buchstaben von A bis H benannt und tragen Nummern in Zweierschritten von null bis zehn. Die einzelnen Ringresonatoren unterscheiden sich je nach Resonatorgitter voneinander. Hierbei sind die sich ändernden Parameter die Kopplungslänge t und die Kopplungslücke g zwischen zwei Ringresonatoren.

Das Einkoppeln in das Resonatorgitter erfolgt durch Einkoppeln von Licht aus einer Einmodenfaser mit linsenförmiger Spitze in Position a oder b. Sind die Ringe in Resonanz, so kann das Licht von einem Ring in den anderen, nach dem in Abschnitt 2.2.2 erläuterten Prinzip, koppeln. Soll in den einzelnen Probering eingekoppelt werden, wird in die Wellenleiter bei Position d eingekoppelt. Dieser Koppler wird auch Direktkoppler genannt, c ist dabei der Resonanzkoppler.



Abbildung 17: Dargestellt ist die Zeichnung des Resonatorgitters H0 in grün. Das Resonatorgitter besteht aus 7x7 Ringresonatoren. Unter dem Resonatorgitter ist zusätzlich ein einzelner Ringresonator mit denselben Parametern abgebildet. Das Licht wird in a oder b in das Resonatorgitter eingekoppelt. Wird der einzelne Ringresonator untersucht, ist c der Resonanzkoppler und d der Direktkoppler.

3.2.3 Halterung des topologischen Chips für die Temperaturvariation

Die Ringresonatoren können durch Variation der Temperatur in oder aus der Resonanz geschoben werden. Hierfür ist eine geeignete Halterung des topologischen Chips notwendig. Diese konstruierte Halterung ist in Abb. 18 zu sehen.



Abbildung 18: Dargestellt ist die Halterung, welche für den Chip aus Messing angefertigt wurde. Diese besitzt drei Löcher. In den zwei größeren Löchern sitzen die Heizstäbe, im kleineren der Temperaturfühler. Die Halterung ist zusätzlich auf einem TECAPEEK-Plättchen zur Temperaturisolierung befestigt. Die gesamte Halterung steht auf einem Verschiebetisch.

Die Halterung besteht aus Messing und hat somit eine sehr hohe Wärmeleitfähigkeit, sodass sie als guter Wärmetauscher fungiert [22]. Zusätzlich hat Messing einen geringeren Wärmeausdehnungskoeffizienten als manch guter Wärmeleiter, sodass das Material in seiner Form sehr stabil ist [22]. Dies ist für diese Anwendung von Vorteil, da eine thermische Materialausdehnung in der Höhe das Einkoppeln in eine Struktur des topologischen Chips zusätzlich erschweren würde.

An der Vorder- und Rückseite sind jeweils drei Durchgangslöcher gebohrt, in welche zwei Heizstäbe und ein Temperaturfühler platziert werden. Die Heizstäbe beheizen die Fläche, auf der der topologische Chip liegt, gleichmäßig. Der Temperaturfühler ist über einen PID-Regler mit dem Netzgerät der Heizstäbe verbunden, wodurch die Temperatur aktiv stabilisiert werden kann. Die Messinghalterung ist auf eine TECAPEEK-Fläche geschraubt. TECAPEEK ist ein teilkristalliner Kunststoff aus dem Polymer-Polyetheretherketon, welcher sehr temperaturbeständig ist. Hier dient die TECAPEEK-Platte als elektrischer und thermischer Isolator zwischen der beheizten Chip-Halterung und dem restlichen Aufbau.

Zusätzlich gibt es die Möglichkeit, den Chip an die Messingfläche der Halterung mithilfe einer Pumpe anzusaugen. An der hinteren Seite der Halterung befindet sich eine Nase, an welche der Pumpschlauch angeschlossen werden kann. So wird ein vollständiger Kontakt mit der Messingoberfläche und damit eine präzisere Erwärmung garantiert und der Chip zusätzlich fixiert.

3.3 Aufbau zur Abbildung der Resonatorgitter

Die Strukturen werden mithilfe einer Kamera und einem passenden Objektiv beobachtet. Der folgende Abschnitt befasst sich mit dem Auflösevermögen der Kamera. Danach werden zwei unterschiedliche Filter in ihrer Funktionsweise charaktierisiert, um das nicht erwünschte Streulicht der Wellenlänge $\lambda_2 = 780$ nm herauszufiltern und so eine perfekte Aufnahme der Strukturen zu ermöglichen.

3.3.1 Auswahl und Auflösungsvermögen der Kamera und des Objektivs

Zum Abbilden der Resonatorstrukturen auf dem topologischen Chip wird eine Kamera Mako G-507 von Allied Vision mit zusätzlichem Objektiv verwendet. Der Kamerasensor hat eine Größe von 2464 × 2056 Pixel, wobei die Pixelgröße durch $3,45 \,\mu\text{m} \times 3,45 \,\mu\text{m}$ gegeben ist, folglich eine Sensorgröße von $8,5008 \,\text{mm} \times 7,0932 \,\text{mm}$. Mit der Kamera soll es möglich sein, eine ganze Resonatorstruktur abzubilden. Die Größe des Resonatorgitters H0 beträgt $1,88 \,\text{mm} \times 1,74 \,\text{mm}$. Die erforderliche horizontale Vergrößerung ergibt sich somit durch das Verhältnis der horizontalen Größe des Sensors und der horizontalen Größe der Resonatorstruktur. Es resultiert eine benötigte Vergrößerung von V = 4,522, um die Resonatorstruktur in ihrer Gesamtheit gut aufzulösen. Für das Abbilden der Resonatorgitter wird das Vergrößerungsobjektiv MVL6X12Z der Firma Thorlabs, welches eine 6,5-fache Vergrößerung hat, verwendet.

Nun wird das Auflösungsvermögen der Kamera analysiert. Hierfür wird eine USAF-1951-Auflösungstesttafel verwendet. Diese besteht aus schwarz-weißen Linienpaaren unterschiedlicher Größen. Sie sind in Gruppen und Elemente geordnet. Eine Spalte bezeichnet eine Gruppennummer, während eine Zeile die Elementnummer darstellt. Aus diesen Nummern lässt sich die Raumfrequenz bestimmen.

Die Auflösungstafel wird unter die Kamera gelegt und ein Bild mit größtmöglicher Vergrößerung gemacht. In Abb. 19 ist das getätigte Bild dargestellt.



Abbildung 19: Dargestellt ist das Bild einer USAF-1951-Auflösungstesttafel a) in ihrer Gesamtheit und b) dem größtmöglich gut auflösbaren Feld dieser Tafel.

Das Linienpaar der Gruppennummer G = 7 und der Elementnummer E = 3 ist noch gut zu erkennen. Aus diesen Parametern folgt eine Auflösung ξ von

$$\xi = 2^{\left(G + \frac{E-1}{6}\right)} = 2^{\left(7 + \frac{3-1}{6}\right)} = 161,3 \text{ lp/mm.}$$
(3.1)

Die oben genannte Kamera und das Objektiv besitzen zusammen ein Auflösungsvermögen von 161,3 Linienpaare pro Millimeter.

Gleichung (3.1) findet sich in [23] oder ähnlichen Seiten von optoelektronischen Unternehmen.

Zusätzlich kann bestimmt werden, welche maximale Auflösung mit dem verwendeten Objektiv und dem Kamerasensor erreicht werden kann. Hierfür wird die Nyquist-Frequenz berechnet, welche ein maximales Maß für die Auflösung einer bestimmten Anzahl von Linienpaaren ist. Die Nyquist-Frequenz f_{Nyquist} ist gegeben durch

$$f_{\rm Nyquist} = \frac{1\,{\rm lp}}{2\cdot x} \cdot \frac{1000\,\mu{\rm m}}{1\,{\rm mm}},\tag{3.2}$$

wobei x die Pixelgröße in Mikrometern ist [24]. Es ergibt sich eine Nyquistfrequenz von $f_{\text{Nyquist}} = 144,93$ lp/mm. Die maximal räumliche Auflösung ξ_{max} errechnet sich durch das Produkt der bestimmten Nyquist-Frequenz und der angegebenen Vergrößerung V = 6,5 des Objektivs [24] und hat einen Wert von $\xi_{\text{max}} = 942,05$ lp/mm. Dieser Wert ist viel höher als die zuvor durch die USAF-1951-Auflösungstafel berechnete Auflösung $\xi = 163,3$ lp/mm, sodass das System, bestehend aus Kamera und Objektiv, in der Lage ist, eine Auflösung von 163,3 lp/mm zu erreichen.

Mit dem Objektiv wird nun die Resonatorstruktur H0 abgebildet, die Aufnahme ist in Abb. 20 zu sehen. Der bläuliche Schimmer resultiert aus der blauen LED-Beleuchtung, welche an der Kamera befestigt ist und zur Beleuchtung der Strukturen dient.



Abbildung 20: Dargestellt ist das Resonatorgitter H0, welches mit der Kamera und dem Objektiv aufgelöst werden kann. Der blaue Schimmer resultiert aus der LED-Beleuchtung an der Kamera, um die Strukturen zu belichten.

3.3.2 Filtercharakterisierung

Der in Abb. 10 dargestellte experimentelle Aufbau birgt einige Schwierigkeiten bezüglich des Abbildens des topologischen Chips, während mit einem 776 nm-Laser in die Resonatorstrukturen eingekoppelt wird und gleichzeitig die Rubidiumatome mit einem 780 nm-Laser angeregt werden. Die Kamera soll nur das Streulicht des 776 nm-Lasers aufnehmen. Zur Filterung des nicht gewollten 780 nm-Lasers wird ein Filter vor der Kamera angebracht. Es stehen zwei Bandpass-Filter zur Auswahl, ein LL01-780 von der Firma Semrock und ein FBH780-10 von Thorlabs. Beide Bandpassfilter sind ursprünglich entworfen, um 780 nm-Laserlicht zu transmittieren, anstatt dieses zu filtern. In Abschnitt 2.5.1 wurde das Prinzip der Rotation von Filtern und der damit verbundenen Verschiebung der Transmissionswellenlänge erläutert, welches nun verwendet wird, um die Transmissionswellenlänge auf 776 nm zu schieben.

Mithilfe von Gleichung (2.29) lässt sich der Einfallswinkel des Laserlichts auf die

Filteroberfläche berechnen, damit sich die Transmission von 780 nm zu 776 nm verschiebt. Der Brechungsindex des LL01-780-Filters von Semrock beträgt n = 2,09 [25], woraus mit Gleichung (2.29) ein benötigter Einfallswinkel θ von

$$\theta = \arcsin\left(\sqrt{n^2 \left(1 - \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2\right)}\right) = \arcsin\left(\sqrt{(2,09)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{776 \text{ nm}}{780 \text{ nm}}\right)^2\right)}\right)$$
$$= 12,20^\circ$$

resultiert. Der LL01-780-Filter von Semrock muss also um einen Winkel von 12,20° rotiert werden, um den Transmissionspeak zur gewünschten Wellenlänge 776 nm zu verschieben.

Der FBH780-10-Filter von Thorlabs macht keine spezifischen Angaben zum Brechungsindex des Filters, sondern lediglich eine Angabe zur prozentigen Wellenlängenänderung bei Lichteinfall unter einem bestimmten Winkel. Ist der Filter um 10° verkippt, resultiert das in einer Verschiebung der Wellenlänge um ungefähr 0,5%, das bedeutet, dass die Wellenlänge von 780 nm zu 776,1 nm verschoben wird.

Die zuvor getätigte Rechnung wird nun experimentell überprüft. Die beiden Filter werden in Hinblick ihrer Transmission des jeweiligen Lichts in Abhängigkeit des Einfallswinkels des Laserlichts charakterisiert. Hierfür wird der benutzte Filter in einer Halterung befestigt, welche mithilfe von piezoelektrischen Motoren automatisiert um konkrete Winkel rotiert werden kann. Die durch den Filter transmittierte Lichtleistung wird mithilfe eines Powermeters aufgenommen und ist in Abb. 21 zu sehen. Kleine Symmetrieabweichungen ergeben sich beim Befestigen des Filters in die motorisierte Halterung. Aus Abb. 21 ist ersichtlich, dass der Bandpass-Filter LL01-780 von der Firma Semrock das 776 nm-Laserlicht wie theoretisch ermittelt bei einem Einfallswinkel von ungefähr 12° vollständig transmittiert und den 780 nm-Laser nahezu vollständig filtert. Auch der oben genannte Spezifikationswert des FBH780-10-Bandpassfilters von Thorlabs entspricht mit einem ungefähren Einfallswinkel von 10° den experimentellen Beobachtungen. Für das Filtern des Lichts der Wellenlänge 780 nm wird der Filter von Thorlabs verwendet, da dieser aufgrund seiner Größe einfacher in den Aufbau zu integrieren ist



Abbildung 21: Dargestellt sind die normierten Transmissionkurven der beiden Bandpass-Filter LL01-780 von der Firma Semrock und FBH780-10 von Thorlabs gemessen in Abhängigkeit des Einfallswinkels θ des verwendeten Lasers. Es wird die Transmission der Laserwellenlängen 776 nm und 780 nm betrachtet. Die Strich-Punkt-Linie zeigt dabei die Symmetrieachse.

Im Nachfolgenden wird die Funktionalität des Aufbaus anhand der topologischen Struktur H0 demonstriert. Mit dem Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm wird nach Abschnitt 3 in ein Resonatorgitter eingekoppelt und mit dem 780 nm-Laser auf die Struktur gestrahlt. Der Fokusdurchmesser ist hier nicht durch die in Abb. 10 erwähnte Linse gebündelt, um die Funktionsweise der Filterdrehung besser zu demonstrieren. Abb. 22 zeigt die Filterung des 780 nm-Lasers durch die Drehung des FBH780-10-Filters. Mit zunehmender Drehung wird auch etwas Licht der Wellenlänge 776 nm gefiltert. Trotz dessen kommt genug Streulicht durch die Filter, damit die erleuchtete Struktur des topologischen Chips durch die Kamera beobachtet werden kann.



Abbildung 22: Dargestellt ist das erläuterte Prinzip der Filterdrehung und der damit verbundenen Transmissionsverschiebung. In jedem Bild ist links der Lichtpunkt des Lasers mit der Wellenlänge von 780 nm zu sehen und rechts das Streulicht des, in das Resonanzgitter eingekoppelten, 776 nm-Laser bei einer Filterdrehung um a) $\theta = 0^{\circ}$, b) $\theta = 10^{\circ}$ und c) $\theta = 15^{\circ}$ aus der senkrechten Lichteinstrahlung.

3.4 Ein- und Auskopplung in die topologischen Resonatorstrukturen

Für das Einkoppeln in eine Struktur des topologischen Chips wird eine Einmodenfaser mit linsenförmiger Spitze verwendet. Diese wird an den einzukoppelnden Wellenleiter herangeführt. Für eine saubere Einkopplung in den Wellenleiter muss sich die Faser und der Wellenleiter auf der selben Höhe befindet, was der Fall ist, wenn beide scharf abgebildet sind, also im Fokus der Kamera liegen. Die Einmodenfaser ist vom Modell TPMJ-3A-780-5/125-3AS-5-2-10-1 von Oz Optics, das bedeutet, dass sie einen Fokusdurchmesser von $2\,\mu$ m bei einer Brennweite und damit Arbeitsdistanz von 10 $\,\mu$ m hat. Sie muss also mindestens 10 $\,\mu$ m an den Wellenleiter herangeführt werden, damit eine verlustfreie Einkopplung gewährleistet wird. Zusätzlich steigt die Effizienz des Einkopplungsvorgangs bei der Verwendung einer fokussierenden Einmodenfaser. Außerdem ist die Einmodenfaser polarisationserhaltend.

Mit einer Multimodenfaser mit flach geschnittenem Ende wird das aus dem Wellenleiter kommende Licht aufgefangen. Hier ist, im Gegensatz zum Einkoppelvorgang, unwichtig, wie viele Moden eingefangen werden, da nur die transmittierte Lichtintensität eine Rolle spielt, sodass eine Multimodenfaser verwendet werden kann. Abb. 23 zeigt eine Aufnahme des Ein- und Auskopplungsvorgangs.



Abbildung 23: Dargestellt ist links das Einkoppeln des Laserlichts der Wellenlänge $\lambda_1 = 776 \,\mathrm{nm}$ in den topologischen Chip mit einer Einmodenfaser mit linsenförmiger Spitze und rechts das Auskoppeln mit einer Multimodenfaser mit flach geschnittenem Ende.

4 Charakterisierung der Resonatorstrukturen

Durch Einkoppeln in eine photonische topologische Struktur mit Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm ist ein Beobachten von Randzuständen, welche in Abschnitt 2.2 beschrieben wurden, möglich. Die unterschiedlichen Randzustände in den verschiedenen Resonatorgittern des topologischen Chips sind in den nachfolgenden Abschnitten dieses Kapitels zu sehen.

Abschnitt 4.1 umfasst die Fragestellung, inwiefern die Wahl des Einkopplers Auswirkungen auf die entstehenden Randzustände hat, bevor sich das Kapitel 4.2 der Charakterisierung der unterschiedlichen Resonatorgitter untereinander und zuletzt in 4.3 die Analyse der Resonanz einer speziellen Struktur widmet.

4.1 Wahl des Einkopplungswellenleiters

In ein Resonatorgitter kann auf zwei unterschiedliche Wege eingekoppelt werden. Hier kann entweder in den Einkoppler a oder b aus Abb. 17 in Abschnitt 3.2.2 eingekoppelt werden. Die Kopplerwahl hat Auswirkungen auf den Weg, den das Licht in der Resonatorstruktur nimmt. Dies ist in Abb. 24 an der Struktur H0 zu sehen.

In a) wird in den Koppler a, also den rechten Koppler eingekoppelt. Das Licht nimmt seinen Weg entsprechend der Theorie in Abschnitt 2.2 nach links, während das Licht in b) durch Einkoppeln in Koppler b nach unten wandert. Die Wahl des Einkopplers hat Auswirkungen auf den Drehsinn und den damit verbundenen Weg im Resonatorgitter des topologischen Chips. Ein Vergleich der Bilder a) und b) in Abb. 24 lässt auf eine bessere Sichtbarkeit der Randzustände unter der Verwendung des Kopplers a schließen.



Abbildung 24: Dargestellt ist die Struktur H0 bei Raumtemperatur ($T = 23 \,^{\circ}$ C), in welche auf zwei unterschiedliche Arten eingekoppelt wird. In a) wird in den Koppler a eingekoppelt, während in b) der Koppler b verwendet wird.

Die Möglichkeit, das Licht durch jeweils einen der zwei Einkoppler in die Resonatorstruktur zu leiten bringt einen Vorteil mit sich, da so ein gewünschter Weg des Lichts erzielt werden kann und bei besserer Funktionalität des einen Kopplers, die Sichtbarkeit der Randzustände verbessert werden kann.

4.2 Unterschiedliche Resonatorgitter im Vergleich

Die Charakterisierung der unterschiedlichen Resonatorgitter des topologischen Chips erfolgt durch Beobachtung der erzeugten Randzustände. Es werden insgesamt 31 der insgesamt 48 existierenden Strukturen analysiert und sind in Abb. 25 dargestellt. Alle Aufnahmen wurden unter denselben Temperaturbedingungen $(T = 25 \,^{\circ}\text{C})$, derselben Laserleistung von $P = 1,35 \,\text{mW}$ und mit derselben Belichtungszeit ($216 \cdot 10^6 \,\mu s$) für einen gezielten Vergleich aufgenommen.

Gut zu erkennen ist, dass sich die Struktur H0 bei T = 25 °C offenbar in Resonanz befindet, da hier eine ganze Reihe an Ringresonatoren aufleuchtet, in der Gesamtheit sogar elf Ringe. Die anderen Strukturen funktionieren kontinuierlich schlechter bis hin zu E8, bei welcher nicht einmal Licht in den ersten Ring eingekoppelt wird. Tabelle 1 beinhaltet die Beobachtungen mit den jeweiligen Spezifikationen der einzelnen Ringresonatoren, um ein Muster zu finden, unter denen gute Randzustände in Resonatorgittern zu beobachten sind. Jedes Bild aus Abb. 25 repräsentiert je eine Struktur aus einem Block der Tabelle 1, die einer Ringanzahl entspricht.



Abbildung 25: Dargestellt sind die beobachteten Randzustände der Strukturen a) H0, b) H2, c) G2, d) F2, e) F0 und f) E8 bei Raumtemperatur ($T = 25 \,^{\circ}$ C). Von links nach rechts sind immer weniger erleuchtete Ringe zu erkennen.

Tabelle 1: Dargestellt sind die technischen Daten der topologischen Resonatorgitter, welche unter der Kamera beobachtet wurden. Die Resonatorstrukturen unterscheiden sich in Kopplungslücke g [μ m] und Kopplungslänge t [μ m]. Der Radius r aller Ringresonatoren beträgt 60 μ m. Die Anzahl der sichtbaren Ringe bei Raumtemperatur (T = 25 °C) sind dahinter verzeichnet.

Struktur	Kopplungslücke g [μ m]	Kopplungslänge $t \ [\mu m]$	Ringanzahl
HO	0,165	24,4	11
H4	0,185	$24,\!4$	
B2	0,175	23,2	5
E2	0,175	$23,\!8$	
H2	0,175	$24,\!4$	
H10	0,215	24,4	
G0	0,165	24,2	3
G8	0,205	24,2	
F10	0,215	24,0	
E2	0,175	23,8	2
F2	0,175	24,0	
C8	0,205	23,4	
E10	0,215	$23,\!8$	
G4	0,185	24,2	
G10	0,215	24,2	
F0	0,165	24,0	1
A2	0,175	23.0	
B8	0,205	23,2	
F8	0,205	24,0	
A0	0,165	23.0	0
B0	0,165	23,2	
E0	0,165	$23,\!8$	
C0	0,165	23,4	
C2	0,175	23,4	
D2	0,175	$23,\!6$	
G2	0,175	24,2	
H6	0,195	$24,\!4$	
G6	0,195	24,2	
D8	0,205	$23,\!6$	
E8	0,205	$23,\!8$	
H8	0,205	24,4	

Zur besseren Auswertung der in Tabelle 1 aufgelisteten Beobachtungen werden diese visuell in einer Grafik in Abb. 26 dargestellt.



Abbildung 26: Dargestellt ist das Verhältnis der Kopplungslänge t und der Kopplungslücke g in Abhängigkeit der Anzahl der sichtbar aufleuchtenden Resonatorringe bei Raumtemperatur ($T = 25 \,^{\circ}$ C).

Aus Abb. 26 ist ersichtlich, dass die Strukturen mit einer Kopplungslänge von $t = 24.4 \,\mu\text{m}$ viele erleuchtete Ringe bei Raumtemperatur aufzeigen. Über die Wichtigkeit der richtigen Kopplungslücke g kann hier keine Aussage getroffen werden.

Die Anzahl der ausgeleuchteten Ringe ist aber auch abhängig davon, ob sich das Resonatorgitter in Resonanz befindet. Ist die Resonanzbedingung (2.5) erfüllt, so kann das Licht von einem Ringresonator in den anderen koppeln und viele Ringe sind mit der Kamera beobachtbar. Durch das Verändern der Temperatur oder der Wellenlänge können Resonatorgitter in Resonanz oder aus dieser hinaus versetzt werden. Dieses Vorgehen wird in Abschnitt 4.3 geschildert. Es kann also der Fall sein, dass für die nicht gut funktionierenden Strukturen in Abb. 25, die Resonanzbedingung für die eingestellte Temperatur T = 25 °C nicht erfüllt ist, aber durch eine Temperaturänderung angepasst werden kann.

4.3 Experimentelle Untersuchung der Resonanz

Ringresonatoren befinden sich in der Resonanz, wenn ihre Resonanzbedingung (2.5) erfüllt ist. Ist dies nicht der Fall, so kann dies durch Variation der Temperatur oder der Wellenlänge erreicht werden. Die nächsten Kapitel beschäftigen sich mit diesen beiden Fällen und analysieren das Resonatorgitter in seiner Resonanz.

4.3.1 Resonanzverschiebung durch Änderung der Temperatur

Die Änderung der Temperatur bewirkt eine Ausdehnung der Ringresonatoren, wodurch sich der Umfang L jedes Ringresonators ändert. Zudem ändert sich der vorhandene Brechungsindex. Diese beiden Faktoren bewirken eine Änderung der Resonanzbedingung.

Die Resonanz der Struktur H0 wird auf unterschiedliche Wege untersucht. Zusätzlich zu jedem Resonatorgitter gibt es einen einzelnen Ringresonator mit denselben Parametern, in den eingekoppelt werden kann. In Abb. 17 ist das Resonatorgitter mit dem einzelnen Ringresonator zu sehen. In diesen wird eingekoppelt und am Direktkoppler die Transmission in Abhängigkeit der eingestellten Temperatur mit einer Multimodenfaser eingefangen und mit einer Photodiode gemessen.

Da der Vorgang der Einkopplung nicht exakt ist und damit einer Unsicherheit behaftet ist, wird drei Mal in dieselbe Struktur bei einer eingestellten Temperatur eingekoppelt und die dazugehörige Transmission notiert. Aus diesen drei Transmissionswerten wird der Mittelwert gebildet und der dazugehörige Fehler ergibt sich durch die Varianz.

Die Transmission des Ringresonators H0 wird in einem Temperaturbereich von 24,80 °C bis 105,00 °C gemessen, wobei der mittlere der drei auftretenden Resonanzdips für eine bessere Genauigkeit feiner vermessen wird. Der resultierende Verlauf ist in Abb. 27 dargestellt.



Abbildung 27: Dargestellt ist die gemessene Transmission in Volt in Abhängigkeit der Temperatur T in °C der Struktur H0. Zu erkennen sind drei Tiefpunkte, welche die Resonanzpositionen kennzeichnen. An die Resonanzen sind drei Gaußfunktionen gefittet. Die Größe der Fehler der Messwerte sind als Fehlerbalken gekennzeichnet.

Es ist klar zu erkennen, dass die Transmission drei Tiefpunkte aufweist, an welchen der Ringresonator in Resonanz ist. Das meiste Licht geht damit in den Ring, anstatt durch den Direktkoppler hinaus, um gemessen zu werden. Anders ist es außerhalb der Resonanz. Hier wird eine maximale Intensität gemessen, das bedeutet, dass das Licht nicht in den Ring koppeln kann und mit der Multimodenfaser aufgefangen werden kann. Um diese Argumentation zu untermauern, wird der Ringresonator unter der Kamera zu eben diesen Temperaturen betrachtet. Das Resultat ist in Abb. 28 zu erkennen und deckt sich mit der zuvor getätigten Erklärung.

Auffällig in Abb. 27 ist, dass die Resonanzdips keine feste FSR besitzen, wie sie in Abb. 4 bei der Darstellung der Intensität über die Wellenlänge λ zu finden ist. Die FSR des ersten zum zweiten Resonanzdips beträgt FSR_{1/2} = 42,793 °C, während sie vom zweiten zum dritten den Wert FSR_{2/3} = 26,857 °C hat. Es kann also geschlussfolgert werden, dass die FSR in Abhängigkeit der Temperatur im Gegensatz zur Abhängigkeit der Wellenlänge nicht linear verläuft. Um Aussagen über den Verlauf dieser Abhängigkeit zu tätigen, müssten weitere Resonanzen bei höheren Temperaturen vermessen werden und deren FSR analysiert werden. Höhere Temperaturen sind mit diesem Aufbau aber nicht möglich.



Abbildung 28: Dargestellt ist der unter der Kamera beobachtete Ringresonator H0 für die Temperaturen a) T = 28 °C, b) T = 40 °C und c) T = 65 °C. Der Direktkoppler leuchtet in b) auf, da der Ring nicht in Resonanz ist und somit weniger Licht in ihn einkoppelt. Es ist keine Streuung zu beobachten. Gegenteiliges Verhalten ist in a) und c) zu sehen, da sich der Ring hier in Resonanz befindet.

Die zweite Möglichkeit zur Untersuchung der Resonanz besteht durch Einkoppeln in das Resonatorgitter und Beobachten der Änderung der Randzustände. Dies wurde ebenfalls für die Struktur H0 beobachtet, um später beide Analysen miteinander zu vergleichen. Die beobachteten Randzustände für dieselben Temperaturen sind in Abb. 29 dargestellt. Die zuvor gemessene Transmissionskurve kann durch Beobachten der Resonatorgitter ebenfalls rekonstruiert werden.



Abbildung 29: Dargestellt sind die Randzustände der Struktur H0 bei einer Temperatur a) $T = 28 \,^{\circ}$ C, b) $T = 40 \,^{\circ}$ C und c) $T = 65 \,^{\circ}$ C. Es leuchten mehr Ringe auf, wenn die Resonanzbedingung erfüllt ist, was für a) und c) der Fall ist. b) zeigt die Randzustände außerhalb der Resonanz.

4.4 Simulation der Resonanz

Im vorherigen Abschnitt wurde die Resonanz durch Änderung der Temperatur T erreicht, was auf die thermische Ausdehnung des Ringes zurückzuführen ist. Die Resonanz kann durch Änderung der Wellenlänge λ ebenfalls verschoben werden. Der folgende Abschnitt 4.4.1 widmet sich der simulativen Untersuchung des Resonanzspektrums des bisher behandelten Ringresonators der Struktur H0.

4.4.1 Resonanzverschiebung durch Änderung der Wellenlänge

Mit dem Simulations-Programm COMSOL-Multiphysics wird ein einzelner Ringresonator mit denselben Parametern wie der der Struktur H0, konstruiert. Diese sind in Abschnitt 7.3 zu finden. Hierbei handelt es sich um eine 2D-Simulation, das heißt, dass ein Ringresonator aus Siliziumnitrid ($n_1 = 2,03$) von Luft ($n_2 = 1$) umgeben ist und nicht auf einem Siliziumdioxid-Substrat liegt. Die nachfolgenden Ergebnisse könnten durch eine dreidimensionale Simulation, bei welcher der Ringresonator auf einem Substrat liegt und von Luft umgeben ist, optimiert werden.

Anders als in Abschnitt 4.3.1 wird das Transmissionsspektrum in Abhängigkeit der Wellenlänge λ analysiert. Die resultierenden Transmissionsdaten aus COMSOL-Multiphysics sind in Abb. 30 dargestellt, Abb. 31 zeigt den simulierten Ringresonator bei einer Resonanzwellenlänge von $\lambda_{R,\lambda} = 776,3008$ nm. In Letzteren ist gut zu erkennen, wie das Licht vom geraden Einkopplungswellenleiter, aufgrund der erfüllten Resonanzbedingung (2.5), in den Ring koppeln kann.



Abbildung 30: Dargestellt ist das Resonanzspektrum des mit COMSOL-Multiphysics simulierten Ringresonators H0. An die dunkelblauen Resonanzen werden in hellblau Gaußfunktionen gefittet.



Abbildung 31: Dargestellt ist eine Simulation des Ringresonators H0, welche in COMSOL-Multiphysics durchgeführt wurde. Es wird die Resonanzwellenlänge $\lambda_{\rm R} = 776,3008$ nm verwendet, sodass zu erkennen ist, wie das Licht in den Ring koppelt und durch diesen progagiert.

Es ergibt sich, zwischen dem ersten und dem zweiten Dip eine FSR von $FSR_{1/2} = 0.9733 \text{ nm}$ und zwischen dem zweiten und dem dritten eine in der Höhe von $FSR_{2/3} = 1.0538 \text{ nm}$. Auffällig ist hier, dass die FSR zwischen den Dips nahezu gleich ist und den theoretischen Erwartungen aus Abschnitt 2.1.3 folgt.

Um Aussagen über die Güte des analysierten Ringresonators zu treffen, wird die Halbwertsbreite des Dips bei einer Resonanzwellenlänge $\lambda_{R,\lambda} = 776,3008$ nm mithilfe einer, an die simulierten Werte gefitteten Gaußfunktion, bestimmt. Es resultiert eine Halbwertsbreite von $\Delta \lambda_{\lambda} = 0,3909$ nm. Damit lässt sich mit Gleichung (2.9) die simulative Güte des Ringresonators H0 zu

$$Q_{\lambda} = \frac{\lambda_{\mathrm{R},\lambda}}{\Delta\lambda_{\lambda}} = \frac{776,3008\,\mathrm{nm}}{0,3909\,\mathrm{nm}} = 1,9858\cdot10^3$$

bestimmen. Analog hierzu kann die Güte des Ringresonators aus den experimentellen Werte aus Abschnitt 4.3.1 berechnet werden. Mithilfe von den Resonanzspektren, die in Abb. 30 und Abb. 27 dargestellt sind, kann die Umrechnung der Wellenlängenskala in die Temperaturskala vorgenommen werden. Hierbei wird die FSR_{1/2} aus Abb. 27 gleich der FSR_{1/2} aus Abb. 30 gesetzt und der Umrechnungsfakor bestimmt. Eine Temperaturänderung von $\Delta T = 1$ °C entspricht einer Wellenlängenänderung von 0,0234 nm. Daraus lässt sich eine experimentelle Güte von

$$Q_{\circ C} = \frac{\lambda_{R,\circ C}}{\Delta \lambda_{\circ C}} = \frac{776,1574 \,\mathrm{nm}}{0,3512 \,\mathrm{nm}} = 2,2102 \cdot 10^3$$

anhand der Messung durch die Temperaturvariation berechnen. Hierfür wird die eingestellte Laserwellenlänge $\lambda_{\rm R,\circ C} = 776,1574\,^{\circ}\text{C}$ verwendet und die Halbwertsbreite des Resonanzdips im Wert von $\Delta T = 15,0274\,^{\circ}\text{C}$ in die Wellenlänge umgerechnet, woraus sich der oben genannte Wert $\Delta\lambda_{\circ C} = 0,3512$ ergibt. Aus den zwei berechneten Güten des Ringresonators ist eine leichte Abweichung ersichtlich.

5 Topologische Struktur in einer Rubidium-Dampfzelle

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Untersuchung des topologischen Chips in einer atomaren Dampfzelle. Zunächst wird in Abschnitt 5.1 die benötigte Brechungsindexänderung simulativ analysiert, sodass es zu einer Resonanzverschiebung kommt. Als nächstes werden in Abschnitt 5.2 die Randzustände der einzelnen Resonatorgitter des, an die Glaszelle geklebten topologischen Chips, auf Veränderungen untersucht. Im nächsten Schritt wird der topologische Chip den Rubidiumatomen ausgesetzt, welche nach Abschnitt 7.1 in die Zelle gefüllt werden. Die Wechselwirkung der thermischen Rubidiumatome mit den photonisch topologischen Resonatorstrukturen wird in Abschnitt 5.3 geschildert.

5.1 Simulative Resonanzverschiebung durch eine Brechungsindexänderung

Dieser Abschnitt widmet sich der simulativen Untersuchung, welchen Einfluss eine Änderung des Brechungsindex des umgebenden Mediums auf die Resonanz eines Ringresonators hat. Hierfür wird die zweidimensionale COMSOL-Multiphysics-Simulation aus Abschnitt 4.4.1 verwendet und der Brechungsindex des Mediums um den Wellenleiter variiert.

Das Rubidium im dortigen Abschnitt bewirkt eine Brechungsindexänderung und damit eine Verschiebung der Resonanz. Mithilfe der Simulation wird dieser Sachverhalt demonstiert und die Brechungsindexänderung auf Basis der beiden Laserleistungen der Wellenlängen 776 nm und 780 nm theoretisch modelliert.

5.1.1 Verhalten der Resonanz bei einer Wellenlängenänderung

Die COMSOL-Simulation aus Abschnitt 4.4.1 wird verwendet und der bisherige Brechungsindex von Luft $(n_2 = 1)$ variiert und die daraus resultierenden Auswirkungen auf das Transmissionsspektrum beobachtet. Eine Änderung des äußeren Brechungsindex resultiert in einer Änderung der Resonanzbedingung aus Gleichung (2.5), sodass nun andere Wellenlängen λ diese erfüllen, was eine Verschiebung der Resonanz mit sich bringt. Um den Ringresonator der Struktur H0 aus Abschnitt 4.4.1 vollständig aus der Resonanz zu schieben, ist ein Brechungsindex von $n_2 = 1,03$ nötig. Dieser bewirkt eine Verschiebung der Resonanz um 0,2295 nm, was etwas mehr als einer halben Halbwertsbreite von $\frac{\Delta\lambda_{\lambda}}{2} = 0,1955$ nm entspricht. Die simulativen Messwerte sind in Abb. 32 dargestellt und untermauern den Sachverhalt.

Auffällig ist, dass sich nicht nur die Resonanz mit einer Brechungsindexänderung verschiebt, sondern sich auch die Halbwertsbreite dieser ändert. Sie vergrößert sich von 0,3909 nm bei der blauen Resonanz auf einen Wert von 0,4078 nm bei der violetten.



Abbildung 32: Dargestellt sind die mit COMSOL-Multiphysics aufgenommenen Resonanzkurven des Ringresonators der Struktur H0 unter Verwendung eines Brechungsindex von $n_2 = 1$ in blau und $n_2 = 1,03$ in lila. Mithilfe einer Brechungsindexänderung von 0,03 gelingt eine Verschiebung der Resonanz um 0,2295 nm.

5.1.2 Untersuchung der Brechungsindexänderung

In Abschnitt 5.1.1 wurde auf Grundlage einer Simulation gezeigt, wie sich eine Brechungsindexänderung auf das Resonanzspektrum auswirkt und dass ein Brechungsindex von $n_2 = 1,03$ benötigt wird, um eine ausreichende Resonanzverschiebung zu erreichen. Diese Brechungindexänderung wird im Experiment durch die Wechselwirkung der Lichtfelder mit den Rubidiumatomen in der integrierten Glaszelle hervorgerufen. Dies kann mithilfe der Laserleistungen und Zelltemperatur, über welche die Dichte verändert wird, variiert werden.

Zur Modellierung der Brechungsindexänderung werden die optischen Bloch-Gleichungen für ein Drei-Level-System gelöst, mit dem Grundzustand $|1\rangle$, dem ersten angeregten Zustand $|2\rangle$ und dem zweiten angeregten Zustand $|3\rangle$ [26],[27]. Für diese Beschreibung werden im Folgenden relevante Größen eingeführt, die sich auf die Wechselwirkung von Licht mit einem Medium, beziehen, mithilfe jener wird der Zusammenhang zwischen der Lösung der Dichtematrix und dem gesuchten Brechungsindex aufgestellt [28].

Ausgangspunkt für die Beschreibung der Absorption und der Dispersion in einem System ist die Polarisation P

$$P = \epsilon_0 \cdot \chi(E_0) \cdot E, \tag{5.1}$$

die die Stärke des elektrischen Dipols in einem Medium beschreibt, wobei ϵ_0 die elektrische Vakuum-Feldkonstante, E das elektrische Feld und $\chi(E_0)$ die Suszeptibilität des Mediums ist. Die Polarisation P für Atome mit der Dichte η in einem Medium ist gegeben durch

$$P = \eta \cdot \langle er \rangle \tag{5.2}$$

mit *er* dem elektrischen Dipol. Daraus ergibt sich für die Suszeptibilität $\chi_{2,3}(E_0)$ für den Übergang von $|2\rangle$ nach $|3\rangle$

$$\chi_{2,3}(E_0) = \frac{\eta \cdot \mu_{3,2}}{\epsilon_0 \cdot E_0} \cdot \rho_{2,3} = \frac{-\mu_{2,3}^2 \cdot \eta}{\epsilon_0 \cdot \hbar \cdot \Omega_{2,3}} \cdot \rho_{2,3} = \chi_{2,3}(\Omega_{2,3}).$$
(5.3)

Diese wird durch die Rabi-Frequenz $\Omega_{2,3}$ und dem Dipolmatrixelement $\mu_{2,3}$ definiert, $\rho_{2,3}$ entspricht dem Nebendiagonalelement der Dichtematrix. Der Brechungsindex *n* ist gegeben durch

$$n = \sqrt{1 + \chi}.\tag{5.4}$$

Mithilfe dieser Gleichungen kann nun die Brechungsindexänderung berechnet werden, die durch die Atom-Licht-Wechselwirkung hervorgerufen wird.

In der bisherigen experimentellen Durchführung strahlt das Laserlicht der Wellenlänge $\lambda_2 = 780$ nm auf einen einzelnen Ringresonator im Resonatorgitter und regt die dortigen Rubidiumatome auf das 5P_{3/2}-Energieniveau (|2)) an, während das 776 nm-Licht, welches in eben diesen Ringresonator einkoppelt, die Atome weiter auf das 5D_{3/2}-Niveau (|3)) bringt.

Nach weiteren Recherchen zu dem verwendeten Übergang fiel gegen Ende der Arbeit auf, dass das Übergangsmatrixelement des benachbarten Hyperfeinstrukturübergangs $5D_{5/2}$ ein signifikant höheres Dipolmoment aufweist. Dieses ist von entscheidender Rolle, da die Suszeptibilität nach Gleichung (5.3) eine direkte quadratische Abhängigkeit aufweist und somit bei gleicher atomarer Antwort, also des Dichtematrixelements, eine höhere Brechungsindexänderung erwirken wird.

Für die theoretische Betrachtung wird auf dem Übergang des 776 nm-Lasers eine Rabi-Frequenz von $\Omega_{776} = 110 \text{ kHz}$ und eine Dichte von $\eta = 1 \cdot 10^{22} \text{ 1/m}^3$ des Mediums, was einer Temperatur von $T = 275 \,^{\circ}\text{C}$ entspricht, angenommen. Die linke Grafik von Abb. 33 zeigt die daraus resultierenden Brechungsindizes *n* für unterschiedliche Rabi-Frequenzen Ω_{780} des 780 nm-Lasers. Zu erkennen ist, dass mit höher werdenden Rabi-Frequenzen, der Brechungsindex ebenfalls ansteigt, den benötigten Wert von $n_2 = 1,03$ jedoch nicht erreicht.

Mögliche Lösungen für dieses Problem sind eine höhere Güte Q des Ringresonators, denn diese hätte eine kleinere Resonanzverschiebung und damit eine kleinere Brechungsindexänderung zur Folge, sodass mit dieser Methode der Brechungsindex erreicht werden könnte. Ein weiterer Ansatz zu Lösung ist es, das Licht des 780 nm-Lasers unter einem Winkel θ einzustrahlen. Durch Änderung des Einstrahlwinkels θ auf den Ringresonator, kann der Brechungsindex zusätzlich variiert werden. Die Änderung des Einstrahlwinkels hat eine veränderte Dopplerverschiebung auf die Atome zur Folge. Durch einen größeren Winkel wird die Dopplerverschiebung auf dem betrachteten Übergang reduziert. Daraus resultiert eine erhöhte Antwort der Atome auf das eingestrahlte Licht, wodurch wiederum der Brechungsindex nach Gleichung (5.3) erhöht wird und entsprechend die Resonanz des Ringresonators [26],[27].

Die rechte Grafik in Abb. 33 zeigt den resultierenden Brechungsindex n in Abhängigkeit des Einfallswinkels θ , wobei die Rabi-Frequenzen beider Laser bei 2 MHz liegen. Aus dieser Grafik ist zu erkennen, dass eine Änderung des Einfallswinkels θ des 780 nm-Lasers den Brechungsindex aus der vorherigen Betrachtung weiter verbessert. Bei einem Winkel von $\theta = 90^{\circ}$ sind die beiden Laser gegenläufig, sodass der Doppler-Effekt maximal unterdrückt wird. Der Doppler-Effekt schwächt in der vorherigen Betrachtung das Ansteigen des Brechungsindex n mit steigender Rabi-Frequenz Ω_{780} ab.



Abbildung 33: Dargestellt ist der nach Gleichung (5.4) und (5.3) berechnete Brechungsindex in Abhängigkeit der Rabi-Frequenz Ω_{780} des 780 nm-Lasers in MHz links und rechts in Abhängigkeit des Einstrahlwinkels θ in Grad und der Zelltemperatur bei 275 °C, sowie eine Vergleichsrechnung, bei der die Atome in Ruhe angenommen werden (T = 0).

Die theoretischen Untersuchungen zeigen, dass Rubidiumatome eine Änderung des Brechungsindex hervorrufen und so ein Ringresonator die benötigte Resonanzverschiebung erfährt. Zusätzlich werden zwei Lösungsmöglichkeiten präsentiert, die das Problem lösen, die aufgrund des Doppler-Effekts auftreten, sodass eine positive Schlussfolgerung aus der Betrachtung gezogen werden kann.

5.2 Vergleich der topologischen Strukturen nach dem Klebevorgang

Mit diesem Abschnitt werden die Auswirkungen des Klebens der Zelle auf den topologischen Chip, auf die zuvor beobachteten Randzustände, analysiert. Hierfür werden die drei besten Strukturen, einmal vor dem Klebevorgang und einmal danach, beobachtet. Die Resultate sind in Abb. 34 und 35 zu sehen, wobei sich die Bedingungen der Aufnahme geändert haben. Die Belichtungszeit musste von $216 \cdot 10^6 \,\mu$ s in Abb. 34 zu $667 \cdot 10^7 \,\mu$ s in Abb. 35 erhöht werden, um die Randzustände weiterhin gut beobachten zu können. Grund dafür ist die Glaszelle, die nun auf dem topologischen Chip klebt und durch welche die Strukturen nun abgebildet werden müssen. Die Intensität des Streulichts geht auf dem Weg durch die Glasschicht größtenteils verloren, sodass eine Erhöhung der Belichtungszeit notwendig ist. Staubpartikel auf der Glaszelle erschweren ebenfalls eine Aufnahme des Streulichts der Resonatorstruktur.

Aus diesen Abbildungen ist ersichtlich, das der Klebevorgang nur sehr leichte Auswirkungen auf die Anzahl der sichtbaren Randzustände hat, wenn die Belichtungszeit entsprechend erhöht wird.

An der Struktur H4 sind die Randzustände bei Raumtemperatur am besten zu beobachten, weswegen diese für die nächsten Betrachtungen verwendet wird.



Abbildung 34: Dargestellt sind die Strukturen a) H2, b) H4 und c) H10 bevor die Glaszelle auf den topologischen Chip geklebt wurde. Die Belichtungszeit beträgt hier $216 \cdot 10^6 \,\mu$ s.



Abbildung 35: Dargestellt sind die Strukturen a) H2, b) H4 und c) H10 nachdem die Glaszelle auf den topologischen Chip geklebt wird. Die Belichtungszeit beträgt hier $667 \cdot 10^7 \,\mu$ s.

5.3 Untersuchung der mit Rubidium gefüllten Zelle

Die Untersuchung der mit Rubidium befüllten Zelle mit einem integrierten Chip entpuppte sich als problematisch. Nach dem Einkoppeln mit dem Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 776$ nm wie in 5.2 sind bei der sehr guten Struktur H4 keine topologischen Randzustände im Resonatorgitter mehr zu beobachten, wie Abb. 36 zeigt. Die Belichtungszeit beträgt bei allen Bildern $667 \cdot 10^7 \mu s$, jedoch wurde in den Bildern a) und c) jegliche Raumbeleuchtung ausgeschaltet, um eine Streuung an den auf der Glaszelle liegenden Staubpartikeln zu vermeiden und so die Randzustände besser zu beobachten.

In Abb. 36 b) und d) ist noch zu beobachten, wie das Licht seinen Weg durch das Resonatorgitter nimmt. In d) ist sogar ein Resonanzzustand bei T = 65 °C zu erkennen. In den beiden linken Bildern sind nur zwei leichte Ringe zu erkennen. Dieses Problem tritt nach dem Befüllen der Dampfzelle mit den Rubidiumatomen auf.



Abbildung 36: Dargestellt sind die beobachteten Randzustände des Resonatorgitters H4 bei zwei unterschiedlichen Temperaturen $T = 60 \,^{\circ}\text{C}$ (Bild a) und b)) und $T = 65 \,^{\circ}\text{C}$ (Bild c) und d)) a) mit Rubidium und b) vor dem Befüllvorgang. Die Belichtungszeit ist $667 \cdot 10^7 \,\mu\text{s}$, jedoch wurde in a) und c) jegliche Raumbeleuchtung ausgeschaltet, um eine Streuung an den auf der Glaszelle liegenden Staubpartikeln zu vermeiden und so die Randzustände besser zu beobachten.

Zunächst lag die Annahme nahe, dass eine Verschiebung der Resonanz auftritt, da nun keine Luft mit Brechungsindex $n_2 = 1$ die Resonatorstruktur umgibt, sondern nun Rubidiumatome, die diesen Brechungsindex verändern. Dies wurde untersucht, indem die Temperatur von T = 25 °C bis hin zu T = 80 °C variiert wurde, jedoch ohne eine Besserung der Randzustände. Es waren weiterhin nur zwei Ringe zu erkennen.

Ein Blick auf den Einkoppler in b) und d) zeigt, dass das Licht, welches nicht in die Resonatorstruktur koppelt, weiter im Einkoppler verbleibt und so wieder seinen Weg zurück nimmt. Im Gegensatz hierzu stehen die Bilder a) und c). Hier wird der größte Teil des Lichts im Einkoppler bereits vor Einkopplung in die Resonatorstruktur absorbiert. Es kommt die Vermutung auf, dass auf den Wellenleitern kondensiertes Rubidium das Licht absorbiert. Durch konstante Erwärmung über mehrere Tage bei einer Temperatur von 60 °C, wurde versucht, die Rubidium-Tröpfchen, die möglicherweise beim Befüllen der Zelle auf den Wellenleitern kondensiert waren, zu verdampfen. Dies ergab trotzdem keine Änderung.

Dies führte zu der Annahme, dass Rubidium mit der Oberfläche der Wellenleiter reagiert und so ein Beobachten der Randzustände unmöglich macht. Laut [29] bindet sich eine Monoschicht Rubidium an das oxidierte SiO₂ auf dem Siliziumnitrid-Wellenleiter. Diese kann nur mit einer sehr viel höheren Temperatur abgelöst werden. Diese Monoschicht oxidiert beim Öffnen der Zelle durch eine Reaktion mit Luft und ist nicht mehr metallisch, sodass keine Absorption mehr auftritt.

Um diese Annahme zu bestätigen wird das Glasröhrchen, an dem die Glaszelle befestigt ist, aufgebrochen, sodass die Rubidiumatome aus der Dampfzelle mit dem Wasser und dem Sauerstoff in der Luft reagieren können, was zu einer Oxidation von Rubidium führt. Nach vollständiger Reaktion wird in die Struktur H4 eingekoppelt und die Randzustände sind wieder so zu sehen, wie vor dem Einfüllprozess der Rubidiumatome. Die entstehenden Bilder sind in Abb. 37 dargestellt.

Die Vermutung liegt nahe, dass das Rubidium die Hauptursache ist, weshalb keine Randzustände zu beobachten sind.



Abbildung 37: Dargestellt sind die Randzustände der Struktur H4 bei a) einer mit Rubidium gefüllten Glaszelle und b) nachdem die Zelle geöffnet und der Luft ausgesetzt war.

Die Wellenleiter aus Siliziumnitrid (Si_3N_4) sind zusätzlich mit einer 10 nm dicken Saphirschicht (Al_2O_3) beschichtet, die als Schutz vor den Alkaliatomen dient. Laut [29] reicht eine 9 nm dicke Saphir-Schicht, wobei nach [30] sogar 6 nm reichen. Die Schicht des vorliegenden topologischen Chips besitzt damit eine ausreichende Dicke als Schutz vor Rubidium, sodass die Randzustände eigentlich hätten beobachtbar sein sollen.

Die auf dem Chip liegende Schicht ist somit höchstwahrscheinlich entweder dünner als erwartet, oder nicht vollständig deckend, sodass eine Reaktion mit den Rubidiumatomen nicht verhindert werden konnte.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Zuge dieser Bachelorarbeit wurde ein experimenteller Aufbau entworfen, der es ermöglicht einen topologischen Chip in einer atomaren Dampfzelle zu untersuchen.

Mithilfe einer Einmodenfaser mit linsenförmiger Spitze wird das Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 776 \,\mathrm{nm}$ in die Resonatorgitter des Chips eingekoppelt, was die topologischen Randzustände hervorruft. Mithilfe einer Kamera wird das Streulicht dieser Strukturen beobachtet. Die Wahl des Einkopplers hat dabei Auswirkungen auf den Drehsinn im Ringresonator und damit den Weg, den das Licht im gesamten Resonatorgitter nimmt.

Bei Raumtemperatur ($T = 25 \,^{\circ}$ C) funktionieren die 48 auf dem Chip vorhandenen Resonatorgitter unterschiedlich gut. Es werden 31 Resonatorgitter auf ihre Funktionsweise untersucht. Es ergab sich, dass Strukturen mit einer Kopplungslänge von $t = 24.4 \,\mu$ m bei Raumtemperatur am besten funktionieren und Randzustände mit insgesamt elf Ringen bilden können.

Durch Variation der Temperatur können die Resonatorgitter in Resonanz versetzt werden, was eine Verbesserung der Randzustände bewirkt. Dies wird durch Heizelektroden, welche sich in der konstruierten Chip-Halterung befinden, realisiert. Bei diesem Vorgang wird die Transmission des Lichts am einzelnen Ringresonator in Abhängigkeit der Temperatur gemessen und dargestellt. Zusätzlich wird das Resonatorgitter unter der Kamera in Abhängigkeit der Temperatur beobachtet. Aus diesen beiden Analysearten werden die Resonanzen lokalisiert und eine Nichtlinearität der FSR gefunden. Durch Variation der Wellenlänge kann eine nicht erfüllte Resonanzbedingung ebenfalls erreicht werden. Dies wird mithilfe einer COMSOL-Simulation gezeigt und damit Resonanzspektren für ein Resonatorgitter vermessen. Im Gegensatz zur Temperaturvariation zeigt die Variation der Wellenlänge ein lineares Verhalten der FSR. Simulativ ergibt sich eine Güte von $Q_{\lambda} = 1,9858 \cdot 10^3$, während aus den experimentellen Werten durch die Temperaturänderung eine Güte von $Q_{\circ C} = 2,2102 \cdot 10^3$ resultiert.

Mit einer COMSOL-Multiphysics-Simulation wurde untersucht, welche Brechungsindexänderung nötig ist, damit der einzelne Ring aus der Resonanz geschoben wird. Ein Brechungsindex von $n_2 = 1,03$ verschiebt die Resonanz um 0,2295 nm und damit fast um eine halbe Halbwertsbreite. Durch Lösen der optischen Bloch-Gleichungen für ein Drei-Level-System wurde der Brechungsindex in Abhängigkeit der Laserleistungen der Laser der Wellenlängen 776 nm und 780 nm und des Einfallswinkels θ des letzteren, variiert.

Die Dampfzelle, in welcher sich der untersuchte topologische Chip befindet, wird mit Rubidiumatomen gefüllt. Mithilfe eines zweiten Lasers der Wellenlänge $\lambda_2 = 780$ nm, welcher resonant zur D2-Linie von Rubidium ist, wird von oben auf einen aufleuchtenden Resonatorring der Struktur geleuchtet. Das Licht soll eine Anregung der Rubidiumatome am Ring bewirken, was in einer Brechungsindexänderung resultiert und den einzelnen Ring aus der Resonanz schiebt. Aufgrund einer Wechselwirkung der Rubidiumatome mit der Wellenleiteroberfläche konnte dieser Zusammenhang nicht beobachtet werden.

Um dieses Problem zu umgehen, muss die Saphirschicht deckend und eventuell etwas dicker sein, um eine Wechselwirkung der Rubidiumatome mit den Wellenleitern zu verhindern.

Außerdem könnten mehr Strukturen einer Kopplungslänge von $t = 24,4 \,\mu\text{m}$ produziert werden, da diese bei Raumtemperatur am besten funktionierten. Auf diese könnte der Fokus gelegt werden und andere Parameter variiert werden. Wenn die Änderungen und Optimierungen umgesetzt werden, müsste nur die Zelle getauscht werden, und eine direkte Messung mit dem experimentellen Aufbau wäre möglich.

7 Anhang

7.1 Befüllprozedur einer Glaszelle mit Rubidiumatomen

Die in Abschnitt 3.2.1 dargestellte integrierte Glaszelle wird mithilfe eines Glasrechens mit Rubidium gefüllt. Abb. 38 zeigt den Aufbau der Befüllprozedur.



Abbildung 38: Dargestellt ist ein Glasrechen, an dem die integrierte Zelle (1) festgeschmolzen ist. Gegenüber ist das feste Rubidium (2) in einem Schlagsiegel in Vakuum durch eine dünne Glaswand eingeschlossen. Der Glasrechen hängt an einer Pumpe (3), die den gesamten Rechen abpumpt. Mithilfe den im Rechen liegenden Metallkügelchen (4) wird die Glaswand am Schlagsiegel aufgebrochen, sodass das Rubidium in den Chip gefüllt werden kann.

Der Glasrechen besitzt drei Glasarme. Am linken und untersten Arm ist ein Schlagsiegel, in welchem sich festes Rubidium im Vakuum befindet. Dieser ist mithilfe einer dünnen Glasschicht vom Rest des Glasrechens abgetrennt. Gegenüber des Schlagsiegels, ist an einem anderen Arm die integrierte Glaszelle befestigt.

Der gesamte Glasrechen hängt an einer Pumpe, die den im Glasrechen vorherrschenden Druck auf $5 \cdot 10^{-8}$ mbar erniedrigt. Zwei Metallkügelchen im Glasrechen dienen zum Aufbrechen der Glaswand am Rubidiumreservoir. So kann das durch Erhitzen flüssig gewordene Rubidium in Richtung Chip geleitet werden. Es wird ein kleiner Tropfen in das Reservoir der Zelle gefüllt. Mithilfe einer kleinen Flamme wird dieser Tropfen so weit in Richtung Zelle erwärmt, dass gasförmiges Rubidium in den Chip gelangt. In den dritten, nicht benutzten Arm wird das überschüssige Rubidium, welches beim Befüllen der integrierten Zelle übrig bleibt, hineingefüllt und abgeschmolzen. Dieses kann für andere Anwendungen weiterbenutzt werden. Der geklebte und mit Rubidium befüllte Chip bleibt für weitere zwei Tage mit der Pumpe verbunden, dass die Hintergrundgase, die bei der Reaktion zwischen dem Kleber und den Rubidiumatomen entstehen, aus der Zelle gepumpt werden, bevor die Zelle abgeschmolzen wird. Während dieser Zeit wird der gesamte Rechen auf 150 °C erwärmt, um die Reaktion zu beschleunigen.

7.2 Gesamtlayout der Strukturanordnung auf dem topologischen Chip

Auf dem topologischen Chip befinden sich 48 unterschiedliche Resonatorgitter. Diese werden nach einem bestimmten Schema benannt. Entlang einer Vertikalen werden die Strukturen mit Buchstaben von A bis H beschrieben, wobei jede Vertikale Zahlen in Zweierschritten von 0 bis 10 trägt. Dies ist in Abb. 39 dargestellt.



Abbildung 39: Dargestellt ist das gesamte Layout der 48 Strukturen auf dem topologischen Chip.
7.3 Ringresonatorparameter der Struktur H0

Die Simulation eines Ringresonators mit COMSOL-Multiphysics erfordert zunächst eine Konstruktion dieses Rings. Die verwendeten Strukturparameter sind in Tabelle 2 zusammengefasst.

Tabelle 2: Dargestellt sind die verwendeten Ringparameter der Resonatorstruktur H0, die zur Konstruktion und Simulation mit COMSOL-Multiphysics benötigt werden. Die Simulation entspricht dem Ringresonator auf dem topologischen Chip.

Ringparameter	Wert
Mittlere Höhe \boldsymbol{h}	$244\mu\mathrm{m}$
Mittlere Breite b	$144\mu{ m m}$
Radius r	$60\mu{ m m}$
Kernbreite b_{Kern}	$750\mathrm{nm}$
Kopplungslücke g	$0,165\mu{ m m}$
Kopplungslücke t	$24{,}4\mu\mathrm{m}$

8 Danksagung

Mein Dank gilt Prof. Dr. Tilman Pfau, für die Möglichkeit, meine Bachelorarbeit im 5. Physikalischen Institut schreiben zu dürfen. Ebenfalls möchte ich mich bei Dr. Robert Löw für die Vergabe meines Themas und Unterstützung, sowie für die hilfreichen Kommentare bedanken.

Ein großes Danke geht an Benyamin und an Annika für das Betreuen meiner Arbeit, das Beantworten meiner vielen Fragen und das Korrekturlesen meiner Arbeit. Vielen Dank, dass ihr mir zu jeder Tageszeit geholfen habt.

Auch ein Dankeschön an Matthias für das Bereitstellen der Python-Simulation.

Außerdem möchte ich mich bei meinen Eltern für ihre Unterstützung in den letzten Jahren bedanken, wobei ein großes Dankeschön an meinen Bruder Markus geht. Ohne dich, würde meine Bachelorarbeit jetzt anders aussehen. Danke!

Literatur

- Leonhard Euler. "Leonhard Euler and the Koenigsberg bridges". In: Scientific American, Vol. 189, No. 1 pp. 66-72 (July 1953). URL: https://www.jstor. org/stable/24944279.
- [2] Mohammad Hafezi; Eugene A. Demler; Mikhail D. Lukin und Jacob M. Taylor. "Robust optical delay lines with topological protection". In: *Nature Physics, Volume 7, pages 907–912* (November 2011). URL: https://doi.org/10.1038/nphys2063.
- [3] Sebastian Diehl; Enrique Rico; Mikhail A. Baranov und Peter Zoller. "Topology by dissipation in atomic quantum wires". In: *Nature Physics*, 7, pages 971–977 (2October 2011). URL: https://doi.org/10.1038/nphys2106.
- M. Hafezi; S. Mittal; J. Fan; A. Migdall und J. M. Taylor. "Imaging topological edge states in silicon photonics". In: *Nature Photonics 7, pages 1001–1005* (2013). URL: https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.274.
- [5] Bahaa E.A. Saleh und Malvin Carl Teich. Fundamentals of Photonics, Third Edition. E-Book. John Wiley und Sons Inc., 2019. Kap. 9.
- [6] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik-Elektrizität und Optik.* E-Book. Springer-Verlag GmbH, 2017. Kap. 8.4.6.
- [7] D.G.Rabus. Integrated Ring Resonators- The Compendium. E-Book. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. Kap. 2.1.
- [8] I. H. Malitson. "Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica". In: JOSA, Vol. 55, Issue 10, pp. 1205-1208 (1965). URL: https: //doi.org/10.1364/JOSA.55.001205.
- [9] D. E. Aspnes und J. B. Theeten. "Spectroscopic Analysis of the Interface Between Si and Its Thermally Grown Oxide". In: J. Electrochem. Soc., Volume 127, Issue 6, pp. 1359-1365 (1980). URL: https://iopscience.iop. org/article/10.1149/1.2129899.
- [10] Ling Lu; John D. Joannopoulos und Marin Soljačić. "Topological photonics". In: Nature Photonics 8, 821–829 (2014). URL: https://doi.org/10.1038/ nphoton.2014.248.
- [11] Rudolf Gross und Achim Marx. Festkörperphysik. E-Book. Walter de Gruyter, Berlin/Boston, 2018. Kap. 8.
- [12] Leslie Allen; J. H. Eberly. Optical Resonance and Two-level Atoms. E-Book. Dover Publications, 1987. Kap. 2.3.
- [13] Wolfgang Demtröder. Laserspektroskopie 1. E-Book. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. Kap. 3.
- [14] Daniel Adam Steck. Rubidium 85 D Line Data. 28.05.2024. URL: https: //steck.us/alkalidata/.

- [15] John H. Moore; Christopher C. Davis. Building Scientific Apparatus -Fourth Edition. E-Book. Cambridge University Press, 2009. Kap. 4.3.8 Filters.
- [16] Karin Schulz. "Dissertation- Integration optischer Filter mit strukturierten mikromechanisch abgestimmten Sensor-Arrays mittels Dünnschichtdeposition und Nanostrukturierung". In: Kassel University Press (2012).
- [17] Oscar López-Hernández; Santiago Hernández-Gómez; Francisco Sebastián Ponciano-Ojeda; Cristian Mojica-Casique; Ricardo Colín-Rodríguez; Jesús Flores-Mijangos; Daniel Sahagún; Fernando Ramírez-Martínez; José Jiménez-Mier a. "A laser spectroscopy system with combined absorption, polarization rotation and fluorescence detection to study two photon transitions in atomic rubidium". In: Science Direct, Volume 13, Issue 6, Pages 543-550 (December 2015). URL: https://doi.org/10.1016/j.jart.2015.09.006.
- [18] Wolfgang Demtröder. Laserspektroskopie 2. E-Book. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. Kap. 2.
- [19] Paul Siddons; Charles S. Adams; Chang Ge und Ifan G. Hughe. "Absolute absorption on rubidium D lines: comparison between theory and experiment". In: Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics (24 July 2008). URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0953-4075/41/15/155004/pdf.
- [20] T. Petelski; M. Fattori; G. Lamporesi; J. Stuhler und G.M. Tino. "Dopplerfree spectroscopy using magnetically induced dichroism of atomic vapor: a new scheme for laser frequency locking". In: *Eur. Phys. J. D 22, 279–283* (17 December 2002). URL: https://doi.org/10.1140/epjd/e2002-00238-4.
- [21] INC. EPOXY TECHNOLOGY. Technical Data Sheet for EPO-TEK 377-For Reference (Only High Temperature Epoxy). August 2021. URL: https:// www.epotek.com/docs/en/Datasheet/377.pdf (besucht am 17.07.2024).
- [22] Martin Mayr. Technische Mechanik. Book. Carl Hanser Verlag München Wien, 2003. Kap. Materialanhang.
- [23] Edmund Optics. 1951 USAF Resolution Calculator. 2024. URL: https:// www.edmundoptics.com/ (besucht am 31.07.2024).
- [24] Edmund Optics. Nyquist-Frequenz. 2024. URL: https://www. edmundoptics.de/knowledge-center/application-notes/imaging/ sensors-and-lenses/ (besucht am 04.08.2024).
- [25] Semrock Laser 200 Photonics. LL01-780 MaxLine® laser clean-up filter. 2024. URL: https://photonics.laser2000.co.uk/products/lightdelivery-and-control/microscopy-filters/individual-filters/ bandpass-filters/780-nm-maxline-laser-clean-up-filter/ (besucht am 04.08.2024).

- [26] Surajit Sen; Mihir Ranjan Nath; Tushar Kanti Dey; Gautam Gangopadhyay.
 "Bloch space structure, the qutrit wavefunction and atom-field entanglement in three-level systems". In: Annals of Physics, Volume 327, Issue 2, Pages 224-252 (February 2012). URL: https://doi.org/10.1016/j.aop.2011. 11.002.
- [27] Atac Imamoglu Michael Fleischhauer und Jonathan P. Marangos. "Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media". In: *Rev. Mod. Phys.* 77, 633 (2 July 2005). DOI: 10.1103/RevModPhys.77.633. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.77.633.
- [28] Harald Kübler. "Dissertation- Kohärente Rydberg-Spektroskopie in einer Rubidium Mikrozelle". In: Universität Stuttgart (2012).
- [29] Ralf Ritter. "Dissertation- Interfacing thermal atoms with integrated photonic waveguides". In: Universität Stuttgart (2018).
- [30] S. Woetzel; F. Talkenberg; T. Scholtes; R. IJsselsteijn; V. Schultze; H.-G. Meyer. "Lifetime improvement of micro-fabricated alkali vapor cells by atomic layer deposited wall coatings". In: Surface and Coatings Technology, Volume 221, 25 April 2013, Pages 158-162 (8.02.2023). URL: https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2013.01.044.
- [31] I. H. Malitson. "Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica". In: Journal of the Optical Society of America, Vol. 55, Issue 10, pp. 1205-1209 (1965). URL: https://doi.org/10.1364/JOSA.55.001205.
- [32] Nikola Sibalić. Atom Calculator. 2024. URL: https://atomcalc.org/test. php (besucht am 08.08.2024).